

**Análisis de serie de tiempo de la ejecución  
presupuestal de Inversión Pública en Colombia entre 1954 y 2013**

**Autores:**

**Alexandra Torres Romero  
José Sebastián Cubillos Fonseca  
Fabián Eduardo Camelo Sánchez**

**Fundación Universitaria Los Libertadores  
Departamento de Ciencias Básicas  
Especialización en Estadística Aplicada**

**Bogotá D.C.  
2015**



**Análisis de serie de tiempo de la ejecución  
presupuestal de Inversión Pública en Colombia entre 1954 y 2013.**

**Nombres:**

**Alexandra Torres Romero  
José Sebastián Cubillos Fonseca  
Fabián Eduardo Camelo Sánchez**

**Trabajo de grado para optar el título de:**

**Especialistas en Estadística Aplicada**

**Asesor:**

**Oscar Javier Beltrán Cortes  
Magister en Ciencias Económicas**

**Fundación Universitaria Los Libertadores  
Departamento de Ciencias Básicas  
Especialización en Estadística Aplicada  
Bogotá D.C.  
2015**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

---

Firma del Presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

**Bogotá D.C. Fecha** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Las directivas de la Fundación Universitaria Los Libertadores, los jurados calificadores y cuerpo docente no son responsables por los criterios e ideas expuestas en el presente documento. Estos corresponden únicamente a los autores.

## TABLA DE CONTENIDO

### Contenido

1.	Formulación.....	9
2.	Antecedentes del Problema .....	9
3.	Justificación. ....	11
4.	Objetivo General .....	12
5.	Objetivos específicos .....	12
6.	Marco de Referencia .....	12
7.	Metodología.....	15
8.	Resultados.....	28
9.	Conclusiones.....	30
10.	Recomendaciones .....	33
11.	Referencias.....	34
12.	Bibliografía .....	34
11.	Anexos .....	36

## **Lista de Gráficos**

<b>Esquema 1.</b> Relación Plan de Desarrollo - PGN.....	10
<b>Gráfico 1.</b> Comportamiento variable Gastos de Inversión.....	16
<b>Gráfico 2.</b> Puntos de Quiebre.....	17
<b>Gráfico 3.</b> ACF y PACF variable Gastos de Inversión Pública. ....	21
<b>Gráfico 4.</b> Prueba CUSUM.....	22
<b>Gráfico 5.</b> Gráfica de la serie en logaritmos. ....	26
<b>Gráfico 6.</b> Gráfica de la serie diferenciada. ....	27
<b>Gráfico 7.</b> Gráfica de la Predicción. ....	29

## **Lista de Tablas**

<b>Cuadro 1.</b> Pruebas de Raíces Unitarias.....	24
<b>Cuadro 2.</b> Pruebas para diagnóstico de los residuales. ....	28
<b>Cuadro 3.</b> Proyecciones de la variable gastos de inversión.....	28
<b>Cuadro 4.</b> Valores de predicción por niveles.....	29

## **Lista de Anexos**

<b>Anexo 1.</b> Gráfico Descriptivo.....	36
<b>Anexo 2.</b> Gráficos de ACF y PACF. ....	36
<b>Anexo 3.</b> Estabilidad Estructural. ....	37
<b>Anexo 4.</b> Transformación de Box – Cox.....	39
<b>Anexo 5.</b> Pruebas de Raíces Unitarias. ....	40
<b>Anexo 6.</b> Posibles modelos.....	45
<b>Anexo 7.</b> Ajuste del modelo y Verificación .....	46
<b>Anexo 8.</b> ESTABILIDAD ESTRUCTURAL SERIE TRANSFORMADA.....	48
<b>Anexo 9.</b> Validación Supuestos del Modelo: .....	49
<b>Anexo 10.</b> Proyección .....	53
<b>Anexo 11.</b> Posibles modelos. ....	54

## **Glosario.**

**Gobierno Central:** la categoría de Gobierno Central incluye: Presidencia, ministerios, departamentos administrativos, congreso, entes de control del nivel nacional y altas cortes. (Cárdenas, 2009)

**Plan Nacional de Desarrollo:** “El PND es el instrumento formal y legal por medio del cual se trazan los objetivos del Gobierno permitiendo la subsecuente evaluación de su gestión. De acuerdo con la Constitución política de Colombia de 1991 en su artículo 339 del Título XII: "Del Régimen Económico y de la Hacienda Pública", Capítulo II: "De los planes de desarrollo", el PND se compone por una parte general y un plan de inversiones de las entidades públicas del orden nacional.” (Departamento Nacional de Planeación, 2015)

**Plan Operativo Anual de Inversiones:** “(...) Señala los proyectos de inversión clasificados por sectores, órganos y programas. Este plan debe guardar concordancia con el Plan Nacional de Inversiones, parte importante del Plan de Desarrollo. Es la base del Presupuesto de Inversiones.” (Mendoza Hernández, 2007)

**Presupuesto General de la Nación (PGN):** “(...) una de las herramientas fundamentales para la ejecución de la política económica por parte del Estado, a través de su función como financiador y/o proveedor directo de bienes y servicios. Es uno de los instrumentos a través de los cuales el Estado, una vez se ha determinado la restricción macroeconómica, hace explícito su objetivo de bienestar y lo ejecuta.” (Mendoza Hernández, 2007)

## Resumen

La importancia que reviste el Presupuesto General de la Nación y sus componentes, no es una novedad para la administración pública como disciplina, ni para los estudios económicos; por tal razón, abordar el tema desde nuevos enfoques permite vislumbrar alternativas de análisis, y así mismo genera indicios para el planteamiento de nuevos caminos en la toma de decisiones públicas.

Dado lo anterior, el presente documento se constituye como un ejercicio de investigación cuyo objetivo es reconocer el comportamiento de la inversión pública en Colombia entre 1954 y 2013, y su relación con los lineamientos de política económica contenidos en los Planes de Desarrollo suscritos por los diferentes gobiernos; para tal fin, se recurrió a la utilización de un método cuantitativo en particular: el análisis de series de tiempo, permitiendo identificar los cambios suscitados en los gastos de inversión en los últimos 50 años, posibilitando además un pronóstico para el cuatrienio siguiente.

**Palabras clave:** Inversión pública, serie de tiempo, Gobierno central, política pública, Plan Nacional de Desarrollo.

## Abstract

The importance of the General Budget of the Nation and its components is not a new subject to the public administration as a discipline, or for economic studies; for that reason, approach the subject from new perspectives provides a view alternative analysis, and likewise generates indications for the planning of new roads in making public decisions.

Given the above, this document is a research exercise which objective is recognize the behavior of public investment in Colombia between 1954 and 2013 and its relationship with the economic policy guidelines contained in the Development Plans underwritten by different governments; to this end, he resorted to using a quantitative method in particular: time series analysis, with the intention the identify the changes caused in investment spending over the past 50 years, besides allowing a forecast for the next four years.

**Keywords:** Public investment, time series, central government, public policy, National Development Plan.



## **1. Formulación**

Si bien es cierto que los análisis enfocados en el estudio del presupuesto público no son una novedad en el campo disciplinar de la administración pública y las ciencias económicas, es claro que no son muy abundantes (Iregui, Melo, & Ramos, 2006). Por esta razón formular un problema de investigación orientado al análisis de los Gastos de Inversión Pública como componente del Presupuesto General de la Nación (PGN) y su relación con los lineamientos de los distintos Planes de Desarrollo es un objeto de investigación relevante en términos académicos y sociales.

De acuerdo con lo anterior, un rubro como el de Gastos de Inversión Pública, reviste especial importancia, dado que mediante herramientas de planificación tales como los Planes de Desarrollo, el PGN, el Plan Operativo Anual de Inversión (POAI), entre otras, el Estado interviene los diferentes sectores económicos y sociales.

En consecuencia, cabe relacionar la variable Gastos de Inversión Pública con los lineamientos de política económica presentados en los Planes Nacionales de Desarrollo de los últimos 50 años, con el fin de identificar los periodos de gobierno y las razones por las que se incentivó o desincentivó la Inversión Pública en Colombia, y establecer un antecedente que deje abierto el debate sobre las orientaciones presupuestales relacionada con el Plan Nacional de Desarrollo (PND) del actual gobierno.

De esta manera, y atendiendo a los intereses académicos de los investigadores en tanto sus campos disciplinares vinculan la administración pública, las ciencias económicas y la estadística, se hizo el siguiente planteamiento de investigación:

*¿Cómo se comportó el rubro gastos de inversión pública en Colombia entre 1954 y 2013, con relación a los lineamientos de Política Económica propuestos en los distintos Planes Nacionales de Desarrollo?*

## **2. Antecedentes del Problema**

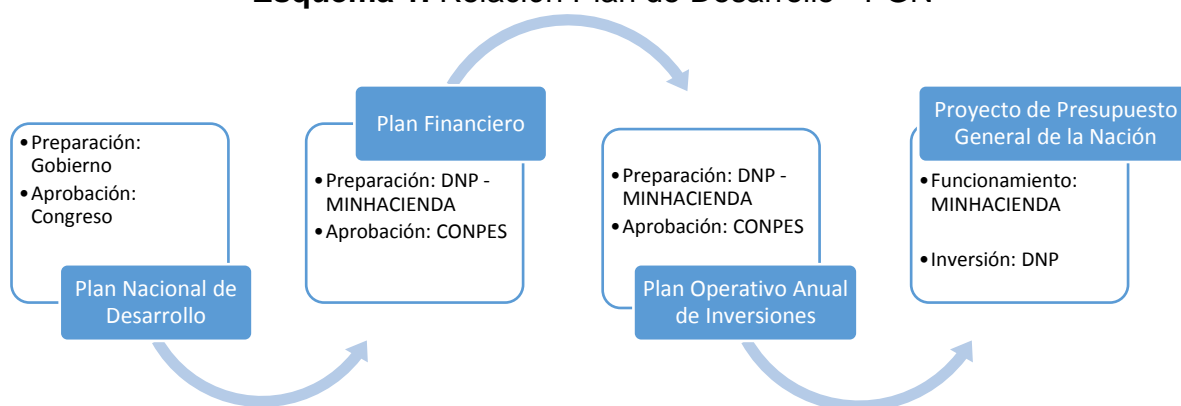
Los estudios y análisis del Presupuesto Público comporta múltiples aristas, sin embargo en lo que a Inversión Pública compete cabe resaltar una publicación del Banco de la República titulada “¿Hacia dónde se dirigen los recursos de Inversión del Presupuesto General de la Nación?” (Iregui, Melo, & Ramos, 2006); allí se

describen las características del componente de Inversión del PGN, analizando su distribución y el marco normativo del mismo, relacionando el concepto de inversión de las cuentas nacionales y clasificando el presupuesto de inversión por entidades, programas, subprogramas y fuente de recursos, lo que representa un insumo importante para el estudio del componente de Inversión Pública y entendimiento de los criterios mediante los que este se distribuye o se asigna.

El Departamento Nacional de Planeación (DNP), a través de su Dirección de Estudios Económicos ha efectuado numerosos estudios sobre el PGN, sin embargo, cabe traer a colación “*Análisis de la presupuestación de la inversión de la Nación*” (Ayala Oramas, 2001), que presenta aspectos importantes sobre el proceso presupuestal y notablemente se reconoce la composición de la inversión pública y una serie de indicadores que permiten relacionar las decisiones de política con la coyuntura económica que vivía el país en la década de los noventa.

Los cambios que sufre el componente de inversión del PGN obedecen a decisiones de Política, que aguarda correlación con las directrices de los diferentes PND y a las coyunturas económicas, sociales y políticas, no obstante la relación formal y funcional definida es resultado de la confluencia de factores legales y procedimentales establecidos por organismos como el Departamento Nacional de Planeación (Departamento Nacional de Planeación; Escuela Superior de Administración Pública; 2007, p. 13), el siguiente esquema evidencia tal relación:

**Esquema 1. Relación Plan de Desarrollo - PGN**



Fuente: Elaboración propia con base en (Ayala Oramas, 2001)

Además de los procedimientos interinstitucionales y respectivos planes, la Constitución Política de Colombia define:

**“Artículo 346.** El Gobierno formulará anualmente el presupuesto de rentas y ley de apropiaciones, que será presentado al Congreso dentro de los primeros diez días de cada legislatura.

El presupuesto de rentas y ley de apropiaciones deberá elaborarse, presentarse y aprobarse dentro de un marco de sostenibilidad fiscal y corresponder al Plan Nacional de Desarrollo. En la Ley de Apropiaciones no podrá incluirse partida alguna que no corresponda a un crédito judicialmente reconocido, o a un gasto decretado conforme a ley anterior, o a uno propuesto por el Gobierno para atender debidamente el funcionamiento de las ramas del poder público, o al servicio de la deuda, o destinado a dar cumplimiento al Plan Nacional de Desarrollo.”

Los Gastos de Inversión Pública son un componente del PGN, que a su vez debe obedecer a las disposiciones contenidas en el respectivo Plan de Desarrollo para el periodo de gobierno determinado, lo cual evidencia la relación existente entre los Gastos de Inversión Pública y el PND.

### **3. Justificación.**

El presente documento es relevante ya que puede interesar a un sector de la comunidad académica enfocado en la aplicación de métodos cuantitativos en campos disciplinares tales como la administración pública o los estudios de economía pública, para la ciudadanía en general y todos aquellos interesados en conocer las orientaciones gubernamentales para ejecutar los gastos de inversión en consonancia con los PND en los últimos 50 años.

Asimismo, este documento es un antecedente importante respecto a las orientaciones presupuestales del componente de Inversión Pública, traducidas en políticas concretas y trazadas en los distintos PND, teniendo en cuenta la identificación de los periodos de gobierno en los que el rubro Gastos de Inversión Pública en Colombia padeció cambios relevantes en los últimos 50 años.

Por lo anterior, este trabajo puede servir como insumo para el estudio del comportamiento de la inversión pública en Colombia, a través del análisis de series de tiempo, denotando un diseño metodológico construido no solo desde una perspectiva eminentemente cuantitativa, sino también transversal a conceptos de la economía.

#### **4. Objetivo General**

Identificar el comportamiento de los Gastos de Inversión Pública en Colombia entre 1954 y 2013 y su relación con los Planes de Nacionales de Desarrollo, empleando un modelo estadístico de series de tiempo adecuado.

#### **5. Objetivos específicos**

- Describir el comportamiento del rubro Gastos de Inversión Pública y su integración con el Presupuesto General de la Nación.
- Aplicar la metodología Box Jenkins a la variable inversión pública, de acuerdo con los datos recolectados.
- Relacionar los puntos de quiebre de la variable Gastos de Inversión Pública con los lineamientos de Política Económica de los respectivos Planes Nacionales de Desarrollo.

#### **6. Marco de Referencia**

El abordaje teórico del problema planteado, implicó identificar, desde la teoría económica, el concepto de Gastos de Inversión, así mismo se llevó a cabo un esbozo conceptual de la inversión pública o gastos de inversión, identificando sus principales características; en consecuencia se tomaron como referencia múltiples definiciones cuyos estudios abordan temas propios de la Economía y la Administración Pública.

##### **6.1. Marco teórico**

Es importante situar desde la teoría económica los planteamientos sobre gastos de inversión pública, para tal fin, es pertinente retomar los postulados keynesianos, que reconocen que ante la incapacidad de autorregulación de la economía, se hace necesaria la intervención del Estado para lograr un nivel de equilibrio. Desde esta perspectiva Keynes sostiene que los mercados son incapaces de regular el comportamiento de la economía y que el Estado es quien debe intervenir para contrarrestar esas fallas naturales (Keynes, 1986), siendo el

Estado un agente económico que intervenga mediante políticas públicas que incentiven la actividad económica de un país.

La argumentación keynesiana se sustenta a través del planteamiento de modelos que describen diferentes escenarios en donde componentes como la inversión, los intereses, el ahorro, el consumo y otros elementos de producción terminan afectando de manera directa los niveles de empleo, reflejando de esta manera una deficiencia en la economía, para lo cual el Estado debe desarrollar e implementar los mecanismos que garanticen el equilibrio.

Es precisamente este el escenario en el que el Estado es un agente activo de la economía, en donde se identifica la necesidad de la planificación de políticas públicas de gasto, ajustadas a la realidad y a las necesidades sociales, políticas y económicas de un país, apoyando sus decisiones con los datos económicos observados y recolectados en determinado periodo de tiempo.

## **6.2. Marco conceptual**

Respecto a la Inversión Pública y sus ámbitos de aplicación existen múltiples conceptos que revisten cierta homogeneidad, no obstante, cabe destacar que “(...) el componente de inversión del Presupuesto General de la Nación incluye una gama amplia de proyectos de tipo social, de infraestructura, al igual que subsidios, capitalizaciones, programas de fortalecimiento institucional y de defensa y seguridad, entre otros. (...)” (Iregui, Melo, & Ramos, 2006). Es decir el componente definido como Inversión Pública es transversal a la ejecución de las distintas políticas, programas y proyectos, razón que evidencia la gran relevancia que denota el presupuesto de Inversión.

De acuerdo con lo anterior y con el fin de comprender la composición de la inversión pública en Colombia se debe resaltar que:

“(...) Los gastos de inversión se clasifican en Programas y Subprogramas y Proyectos. Son Programas los constituidos por las apropiaciones destinadas a actividades homogéneas en un sector de acción económica, social, financiera o administrativa a fin de cumplir con las metas fijadas por el Gobierno Nacional, a través de la integración de esfuerzos con recursos humanos, materiales y financieros asignados. (...) Son Subprogramas el conjunto de proyectos de inversión destinados a facilitar la ejecución en un campo específico en virtud del cual se fijan metas parciales que se cumplen mediante acciones concretas que

realizan determinados órganos. Es una división de los programas. Los proyectos son conjuntos de acciones específicas que utilizan recursos para satisfacer una necesidad identificada. (...). (Mendoza Hernández, 2007)

Adicionalmente, los gastos de inversión se clasifican de acuerdo al tipo de adquisición de bienes durables: a) intermedios, de duración superior a tres años (edificios, maquinaria y equipo, etc.), b) finales (obras de infraestructura económica y social), de esta manera “(...) se asimilan a los de funcionamiento por la característica principal de que son de contrapartida directa y personal. Pero se diferencian en que mientras los gastos de funcionamiento retribuyen bienes de consumo y servicios personales prestados, los de inversión retribuyen bienes de capital, de modo que aumente el patrimonio fiscal. (...)” (Ramírez Cardona, 1998).

Teniendo en cuenta la anterior conceptualización, es evidente la importancia que reviste el presupuesto de inversión pública, que no es novedad en términos teóricos para la administración pública, ni para el mismo Gobierno Nacional, quien a través del Departamento Nacional de Planeación, y mediante la promulgación de la Ley 38 de 1989, “(...) conocida como el Estatuto Orgánico del presupuesto, (...), se incorpora una innovación importante: la introducción del Banco de Proyectos de Inversión Nacional, conocido desde entonces como BPIN, herramienta básica para la racionalización del gasto público y para el fortalecimiento de las actividades de preinversión, fundamentales en todo proceso importante de toma de decisiones.” (Departamento Nacional de Planeación, 2015).

## 7. Metodología.

### 7.1. Datos objeto de Análisis

La serie objeto de estudio relaciona la variable Gastos de Inversión en millones de pesos, para el periodo comprendido entre los años 1954 al 2013, esta variable contempló información del sector definido como Gobierno Nacional Central o Administración Central, que incluye Presidencia de la República, ministerios, departamentos administrativos, Congreso, entes de control del nivel nacional, altas cortes y establecimientos públicos nacionales (Cárdenas, 2009, p. 208)

Adicionalmente las bases de datos utilizadas fueron consolidadas por el Departamento Nacional de Planeación y el Banco de la República<sup>1</sup>, teniendo en cuenta que la mejor información histórica corresponde al Gobierno Nacional Central (Cárdenas, 2009, p. 211), información que se construye con base en los reportes que hacen las distintas entidades y organismos públicos a través de registros históricos y aplicativos como el Sistema Integrado de Información Financiera – SIIF Nación<sup>2</sup>, evidenciando los gastos de cada entidad pública y consolidándose por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

De igual forma, para darle un tratamiento correcto a las series de tiempo económicas, se debió aislar el efecto de los precios, razón por que se deflactó la serie con el Índice de Precios al Consumidor (IPC) tomando como base el año 2008, lo que permitió dejar en términos constantes o en valores reales al rubro Gastos de inversión Pública, teniendo en cuenta que existían datos expresados en pesos corrientes desde 1954.

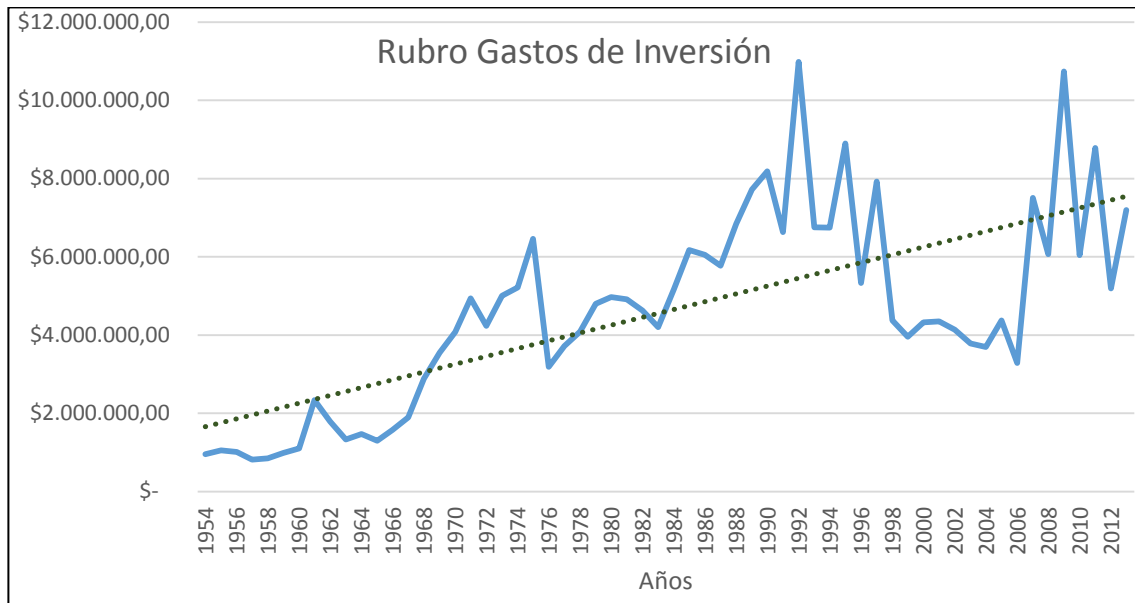
---

<sup>1</sup> Los datos de las series fueron extraídos de las páginas web del Banco de la República (<http://www.banrep.gov.co/>) y el Departamento Nacional de Planeación - DNP (<http://www.dnp.gov.co/>), teniendo en cuenta que es información de dominio público

<sup>2</sup> Decreto 2789 del 2004. Artículo 2°. *El Sistema Integrado de Información Financiera SIIF Nación es una herramienta modular automatizada que integra y estandariza el registro de la gestión financiera pública, con el fin de propiciar una mayor eficiencia en el uso de los recursos de la Nación y de sus entidades descentralizadas, y de brindar información oportuna y confiable*

## 7.2. Descripción de la variable Gastos de Inversión Pública

### Análisis Exploratorio<sup>3</sup>:



Fuente: Elaboración propia. Cifras en millones de pesos.

**Gráfico 1.** Comportamiento variable Gastos de Inversión.

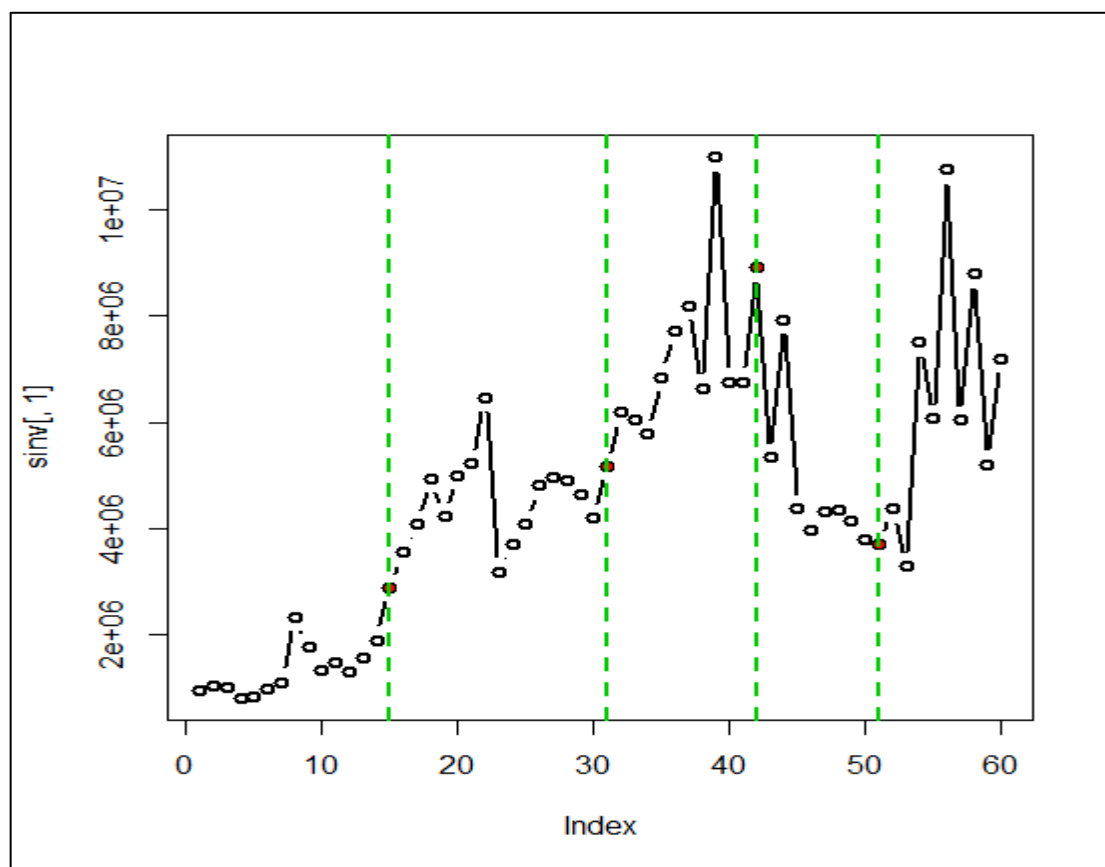
La gráfica del rubro de inversión en niveles de Colombia, refleja una tendencia ascendente a través del tiempo, lo que permite analizar el comportamiento de la variable y obtener de manera informal indicios de cómo actúan los momentos muestrales de la serie, de este modo se profundizará el análisis en la serie explorando aspectos de las funciones de autocorrelación simple y parcial, se verificará la estabilidad estructural de la serie, lo que permitirá detectar qué puntos de quiebre están inmersos en el comportamiento de la serie en la temporalidad determinada, y finalmente se aplicará las etapas de la metodología Box Jenkins para aplicar una predicción al mejor modelo.

Al detectar los puntos de quiebre de la variable se puede establecer una clara relación con los lineamientos de Política orientados a la Inversión Pública contenidos en los diferentes Planes Nacionales de Desarrollo:

---

<sup>3</sup> Ver anexo 1





Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 2.** Puntos de Quiebre

Aplicando la revisión de los puntos de quiebre, se refleja 4 años que están generando acciones de cambio en la temporalidad del rubro de inversión los cuales son los años 1968 – 1984 – 1995 – 2004.

Año 1968. Si bien en aquella época no se formulaban puntualmente planes nacionales de desarrollo como se conocen hoy en día, si se planteó el Plan decenal de 1961 que tenía fines parecidos, la variación identificada en 1968 fue durante el Gobierno de Carlos Lleras Restrepo (1966 – 1970), denotando un aumento en los gastos de inversión para el Gobierno central, dado que “(...) en el campo institucional se crearon y reestructuraron un número importante de entidades públicas del orden nacional, lo que originó un aumento en la participación del Estado en el PIB.” (Universidad Nacional de Colombia, 2013)

Año 1984. El gobierno de Belisario Betancur (1982 – 1986) llevó a cabo el plan de desarrollo “Cambio con equidad” en el cual se evidenció un aumento en los gastos de inversión pública, teniendo en cuenta que “(...) se continuó con el Programa de

Desarrollo Rural Integrado formulado ocho años atrás por el Presidente López y complementariamente se diseñó el Plan Nacional de Rehabilitación –PNR-, cuyo objetivo fue proporcionar condiciones de vida digna a los desplazados por el conflicto. En este gobierno se incorporó por primera vez la población desplazada como sector prioritario para su atención.” Adicionalmente el gobierno se esforzó por “(...) devolver la confianza en el sector financiero, afectado por la crisis de 1982, por lo que fue necesario un aporte importante de recursos para darle estabilidad al sector; en este período se creó el Fondo de Garantías de Instituciones Financieras –FOGAFIN-, entidad que se especializó en administrar y liquidar sociedades financieras con problemas de solvencia como los bancos Tequendama, Colombia, de los Trabajadores y del Comercio.” (Universidad Nacional de Colombia, 2013)

Año 1995. “El salto social” fue el nombre que el Gobierno de Ernesto Samper Pizano le dio a su plan de desarrollo. “(...) El alto déficit fiscal que se presentó en los años 1995 y 1996 obligó al Gobierno a realizar importantes recortes en la inversión pública, a tramitar una reforma tributaria en 1995, con cuyos recursos se financiaron algunas actividades de carácter social, como régimen subsidiado de salud, hogares comunitarios, vivienda social rural, subsidio de crédito para pequeños productores, desarrollo rural, subsidio de servicios públicos y masificación del gas natural, entre otros.” (Universidad Nacional de Colombia, 2013). Tales factores marcaron una tendencia de austeridad en los gastos de inversión pública nacional para los años subsiguientes.

Año 2004. Plan Nacional de Desarrollo 2002-2006: Hacia un Estado Comunitario, del Gobierno de Álvaro Uribe Vélez, presenta un aumento en los gastos de inversión pública, fundamentalmente por el componente seguridad democrática el cual implicaba “(...) Además del fortalecimiento de las fuerzas armadas y de la justicia, (...) apoyo al desarrollo de zonas deprimidas y en conflicto y promoción y protección de los derechos humanos y del Derecho Internacional Humanitario.”, de otra parte contempló “(...) aumentar la inversión en algunos sectores claves, manteniendo el precepto de eficiencia en el gasto social. (...)” (Universidad Nacional de Colombia, 2013)

### **7.3. Análisis de serie de tiempo a través del método Box- Jenkins.**

Para el desarrollo del presente documento se trabajó con datos desde el año 1954 hasta el año 2013, los cuales fueron tratados estadísticamente por medio de la metodología Box-Jenkins, utilizada para pronosticar en modelos de series de

tiempo tipo ARIMA, Autorregresivos (AR), Integrados (I) y de Medias Móviles (MA) (Gujarati, 2009). En este tipo de series cada caso representa un punto en el tiempo, los casos son consecutivos separados por un intervalo de tiempo constante.

- Autorregresivos (AR). especifican los valores previos utilizados para predecir el comportamiento de la serie. Se denotará como el número de órdenes autorregresivos **p**.
- Integrados (I). especifican las diferencias realizadas a la serie para conseguir su estacionariedad. Se denotará como el número de diferencias aplicadas a la serie antes de estimar el modelo **I**.
- Medias Móviles (MA). Especifican el modo en que utilizan las desviaciones de la media de la serie para predecir su comportamiento. Se denotará como el número de órdenes de media móvil **q**.

El método considera los siguientes pasos (Gujarati, 2009):

### **Identificación del modelo.**

La primera fase de la metodología Box-Jenkins consiste en la identificación del modelo. El objetivo en esta primera etapa es determinar un modelo que se ajuste al comportamiento de los datos en el tiempo y que genere un pronóstico confiable.

Se debe realizar un acercamiento exploratorio graficando la serie, analizar su comportamiento y tratar de identificar si es estacionaria, para tener certeza sobre la estacionariedad de la serie se debe realizar una prueba formal mediante un estadístico, en este caso se utilizarán las pruebas de raíz unitaria de Dickey-Fuller y Phillips-Perron (Gujarati, 2009)

La hipótesis a contrastar con estas pruebas es:

$H_0: \gamma = 0$ , lo que implica que la serie tiene una raíz unitaria y por tanto la serie es no estacionaria.

$H_a: \gamma < 0$ , lo que implica que la serie no tiene una raíz unitaria y por tanto la serie es estacionaria en tendencia.

Si la prueba da como resultado la no estacionariedad, se deben aplicar las primeras diferencias a la serie.

Una vez se tiene un proceso estacionario se realiza la primera inferencia sobre los posibles valores  $p$  y  $q$  del modelo, tomando como referencia las funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial.

- Función de Autocorrelación. Analiza las correlaciones de los residuos del modelo estimado.
- Función de Autocorrelación parcial. Analiza las correlaciones después de controlar los valores de la serie en los puntos de tiempo intermedios

Con el fin de garantizar una mayor precisión en el orden de los valores  $p$  y  $q$  se utilizarán otros criterios que miden la bondad de ajuste del modelo:

- El Criterio de información de Akaike
- El Criterio de Bayesiano de información de Akaike
- El criterio de información bayesiano de Schwartz

El orden del modelo se determina con el criterio que arroje menor valor.

### **Estimación de los parámetros.**

Tras identificar los valores  $p$ ,  $d$  y  $q$ , la siguiente etapa es estimar los parámetros de los componentes autorregresivos y de medias móviles identificados en el proceso anterior.

### **Diagnóstico del modelo.**

Cuando se ha identificado el modelo que mejor describe el comportamiento de la serie se debe realizar la verificación del diagnóstico, es decir, hacer las validaciones sobre los residuos del modelo, garantizando que:

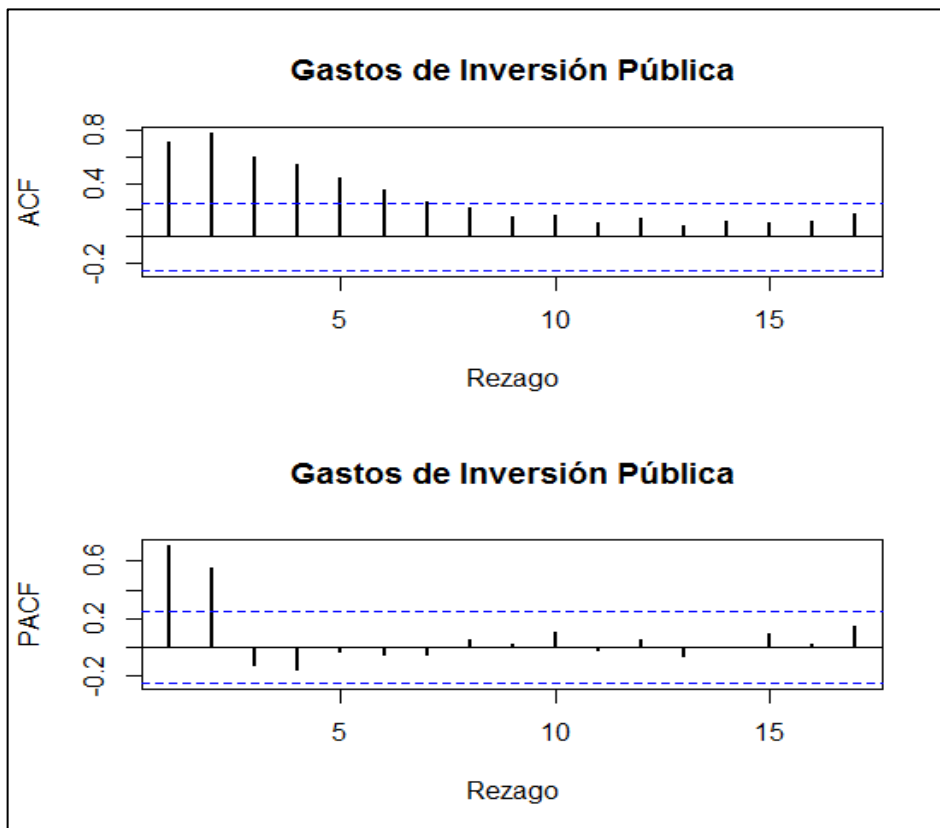
- La variable aleatoria del error tiene media cero.
- La variable aleatoria del error tiene varianza constante.
- Las variables aleatorias del error son independientes entre sí.
- La variable aleatoria del error se distribuye normal.

### **Pronóstico**

Además de generar el pronóstico sobre el posible comportamiento de la variable Inversión, el modelo es utilizado en la identificación de periodos y sucesos de alto impacto sobre la serie.

### Funciones de auto-correlación simple y parcial de la serie en niveles<sup>4</sup>:

Herramientas de análisis e identificación de los PGD, que mejor reflejen el comportamiento del rubro de inversión:



Fuente: Elaboración propia

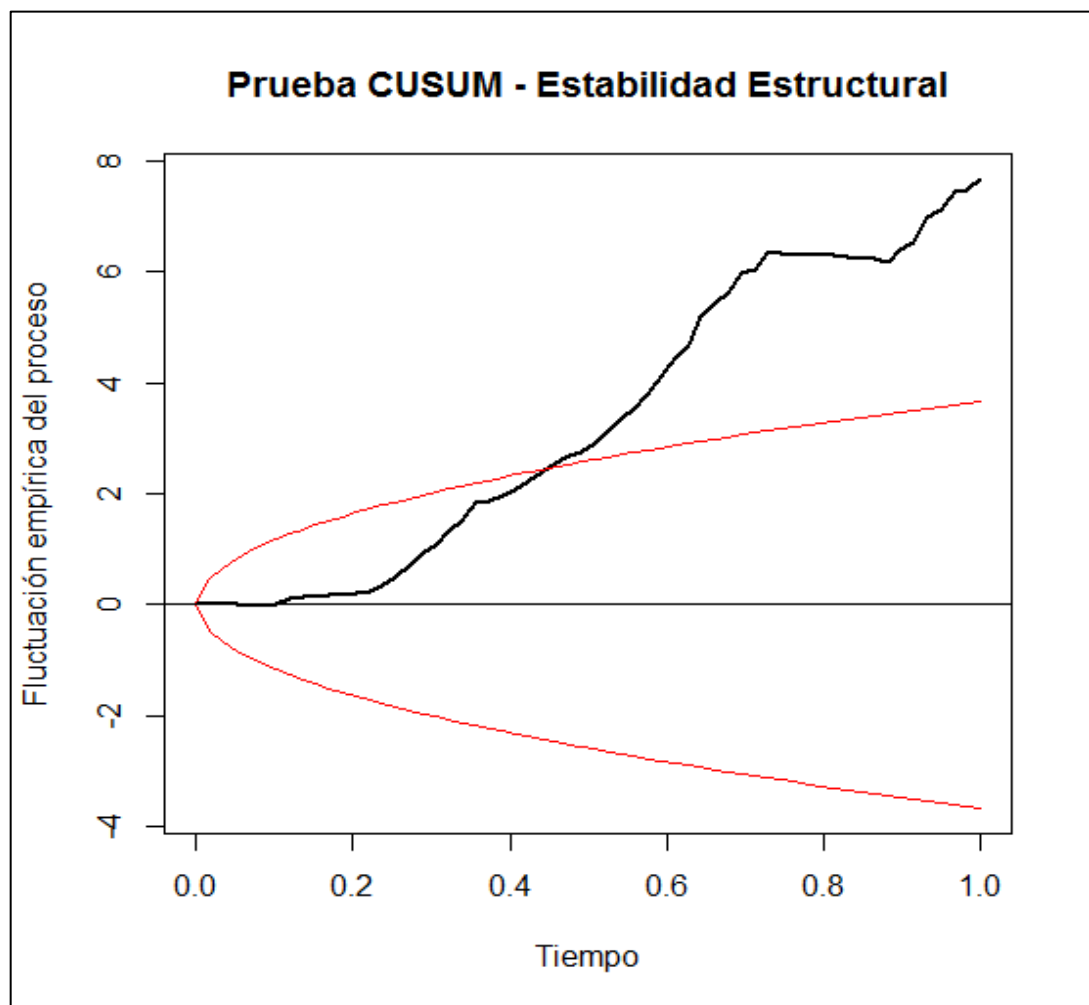
**Gráfico 3.** ACF y PACF variable Gastos de Inversión Pública.

Al observar la gráfica de estas funciones, se refleja el decrecimiento exponencial evidenciando una tendencia marcada en los correlogramas lo que sugiere la ampliación del análisis de la serie en niveles, aplicando transformaciones de potencia y/o aplicando diferencias para observar de nuevo su comportamiento.

**Estabilidad Estructural<sup>5</sup>**, el análisis de la serie temporal correspondiente a su estabilidad para definir que la variable está acorde al comportamiento para la identificación del proceso generador de datos.

<sup>4</sup> Ver anexo 2

<sup>5</sup> Ver anexo 3



Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 4.** Prueba CUSUM.

A partir de la prueba CUSUM la probabilidad (0.0000000000067) es menor a la significancia del 5%, reflejando inestabilidad y posibles quiebres estructurales en la serie que se pueden identificar para centrar la investigación en esos datos atípicos que afectan la tendencia de la variable.

Teniendo en cuenta la exploración inicial y los resultados arrojados por el Gráfico 2. Puntos de Quiebre, lo recomendable es analizar la serie de tiempo con las acciones de analizar las potencias del rubro de inversión y posteriormente aplicar

las transformaciones de Box – Cox<sup>6</sup>, que permitirá minimizar y volver constante la varianza del proceso.

El valor de la estimación es de 0.62 aproximadamente (ver anexo 3), por lo tanto la recomendación en aplicar una buena transformación son los logaritmos naturales (suavizador a la serie temporal) en la variable de estudio, el cual permitirá minimizar la varianza, obtener un ajuste del modelo adecuado con la estimación del proceso generador de datos significativo y parsimonioso.

Posterior a la aplicación de la transformación de potencia, se procede aplicar pruebas de raíces unitarias, cuya finalidad es alcanzar la estacionariedad en media para aplicar o no la diferencia de las series.

Pruebas de raíces unitarias (ADF, PP)<sup>7</sup>:

Este tipo de pruebas formalizan el análisis que hace la teoría económica, reafirmando el análisis que se desarrolló a partir de las funciones de correlación simple y parcial, estos test transforman dicho análisis en unos estadísticos que determinan la tendencia determinística y la estacionariedad de los momentos muestrales.

- ADF: Dickey – Fuller Aumentado

Es un test de raíces unitarias cuya hipótesis nula es la existencia de una raíz unitaria, este modelo de test supone que los errores de la variable no están autocorrelacionados (sesga la estimación de los parámetros). El contraste de la prueba es:

$H_0$ : Tiene raíz unitaria.

$H_a$ : No tiene raíz unitaria.

En donde el criterio de decisión es: Si el estadístico ADF y PP es mayor a la significancia del 1%, 5% y 10% (en términos absolutos) se rechaza la hipótesis nula, afirmando que es estacionaria la variable o serie analizada.

- PP: Phillip – Perron

Es un test de raíces unitarias cuya hipótesis nula es la existencia de una raíz unitaria, es un modelo que se generó a partir del ADF, de manera que se pueda controlar la correlación parcial y Heteroscedasticidad de los residuos de manera simultánea, con esto se busca que los estimadores sean consistentes. El contraste de la prueba es:

---

<sup>6</sup> Ver anexo 4

<sup>7</sup> Ver anexo 5

$H_0$ : Tiene raíz unitaria.

$H_a$ : No tiene raíz unitaria.

En donde el criterio de decisión es: Si el estadístico ADF y PP es mayor a la significancia del 1%, 5% y 10% (en términos absolutos) se rechaza la hipótesis nula, afirmando que es estacionaria la variable o serie analizada.

Estos test ayudan a determinar de forma estadística la estabilidad en la media y varianza en su estacionariedad. De acuerdo con lo explicado anteriormente de las pruebas de raíces unitarias, se procede a la aplicación de dichos test, donde los resultados son reflejados en el anexo 5 (aplicación a la serie del rubro de inversión en logaritmo natural (Ln) y a la serie en logaritmos naturales en primeras diferencias) y se evidencian de forma resumida los estadísticos junto con su valores críticos en el siguiente cuadro:

**Cuadro 1. Pruebas de Raíces Unitarias**

- Ln (inv):

	Ln (inv) en Niveles	Ln (inv) en Primeras diferencias
<b>Stat. ADF</b>	<b>-1.6967</b>	<b>-5.4762</b>
<b>V.C 1%</b>	-4.04	-4.04
<b>V.C 5%</b>	-3.45	-3.45
<b>V.C10%</b>	-3.15	-3.15
<b>Stat. PP</b>	<b>-2.7463</b>	<b>-13.8165</b>
<b>V.C 1%</b>	-4.1190	-4.1219
<b>V.C 5%</b>	-3.4861	-3.4875
<b>V.C10%</b>	-3.1710	-3.1718

Fuente: Elaboración propia

Al realizar las pruebas de ADF y PP, los logaritmos sugieren que la serie del rubro de inversión tienen raíz unitaria y no es estacionaria, teniendo presente que aún no se tiene la variable en sus momentos muestrales constantes, es decir, las variables en niveles reflejadas en los cuadros de gráficas, presentan una tendencia que hace que no se pueda obtener una estimación constante de los momentos muestrales, cuyo problema abarca en no poder reflejar estabilidad en la variable de estudio, para proceder a estimar el Proceso Generador de Datos. Se procede a realizar y aplicar a la variable las primeras diferencias de los logaritmos de la serie del rubro de inversión, lo cual apunta que los test ADF y PP para la serie rechaza la hipótesis nula de que existe raíz unitaria, no refleja un aceptación



de la hipótesis nula donde la serie son estacionarias por lo tanto, la variable está integrada en orden 1 ya que los test favorecen estacionariedad en sentido amplio en sus criterios de decisión, de acuerdo con los resultados arrojados por las pruebas de raíces unitarias.

Con el análisis exploratorio y la aplicación de las transformaciones de la variable para alcanzar estacionariedad en media y varianza se finaliza la etapa de identificación y se procede a la estimación del Proceso Generador de Datos (PGD) óptimo para describir la variable, que se diagnosticará y se aplicará una proyección del rubro de gastos de inversión pública.

Para la estimación se aplica tres pruebas que permite detectar el PGD<sup>8</sup>:

- Funciones extendidas ACF y PACF.
- Subconjuntos ARMA.
- Criterios de selección automático (AIC, BIC, AICC).

Las anteriores pruebas se evidencian en el anexo 6, en donde se favoreció el proceso generador de datos ARIMA (1,1,0) siendo estadísticamente significativo:

**ARIMA (1,1,0):**

$$(\Delta LINV) = \theta_0 + \varphi_1(\Delta LINV_{t-1}) + \varepsilon_t$$

**Ecuación estimada:**

$$(\widehat{\Delta LINV}_t) = 0.0324 - 0.4665 \Delta LINV_{t-1}$$

Posterior a la estimación del PGD, se procede diagnosticar la estacionariedad e invertibilidad de las raíces del proceso, estabilidad estructural y los residuales.

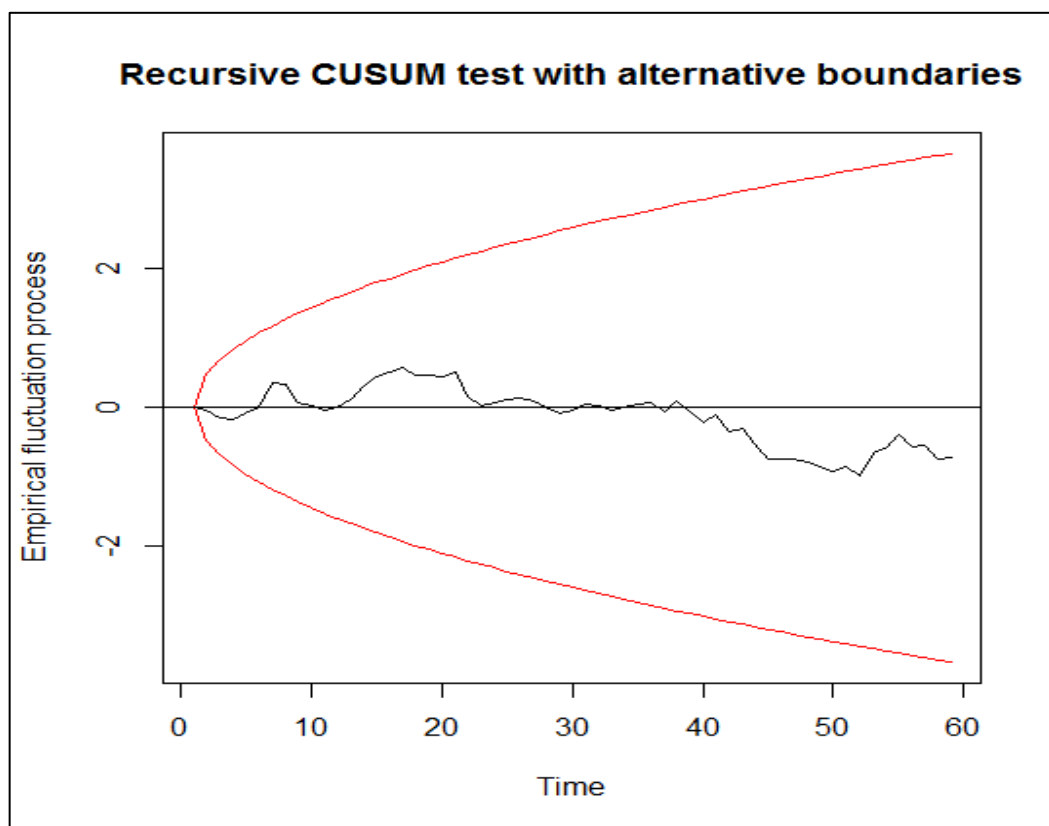
Correspondiente a las raíces unitarias se evidencia que están por fuera del círculo unitario, asumiendo un modelo constante en los momentos muestrales<sup>9</sup>.

El análisis de la serie transformada en su estabilidad estructural, se evidencia que se encuentra dentro de las bandas de tolerancia.

---

<sup>8</sup> Ver anexo 6

<sup>9</sup> Ver anexo 7



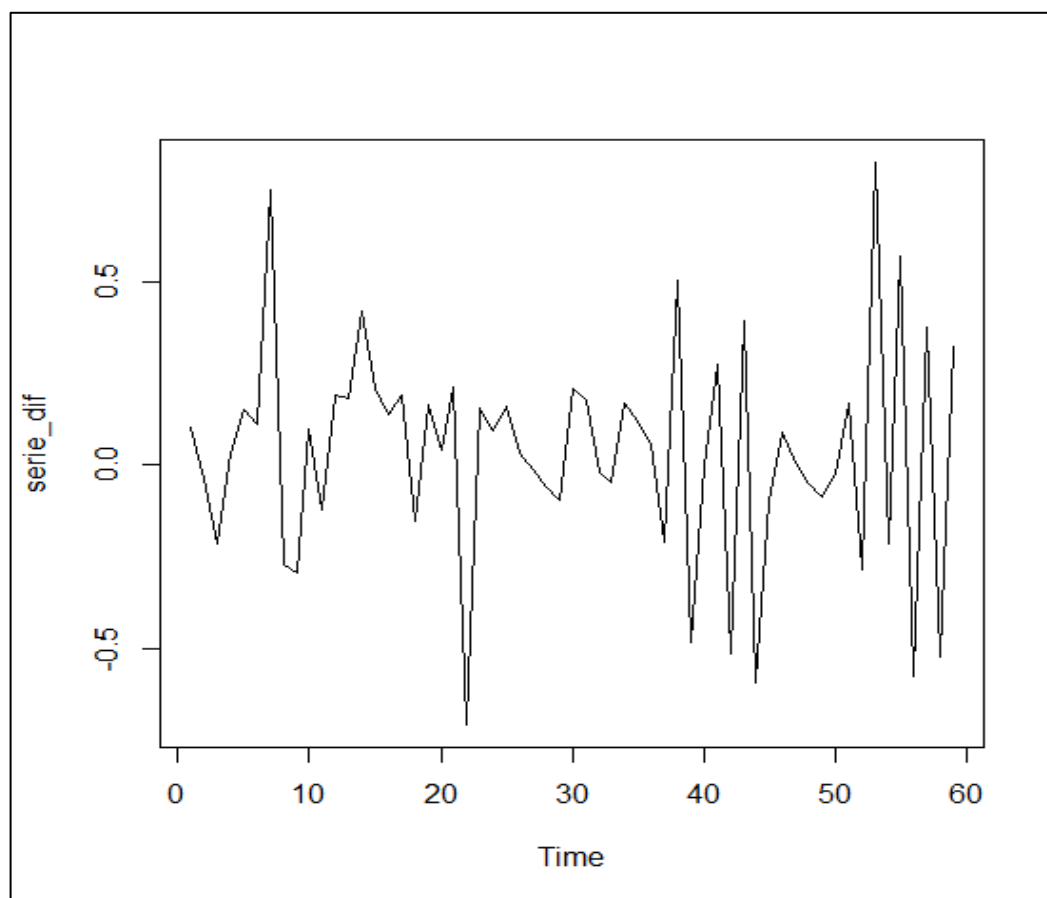
Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 5.** Gráfica de la serie en logaritmos.

A partir de la prueba CUSUM la probabilidad (0.898) es mayor a la significancia del 5%, reflejando estabilidad y se refuerza que no hay quiebres estructurales en la serie transformada.<sup>10</sup>

Media y Varianza Constante: Se puede evidenciar informalmente en la gráfica y reforzada con las transformaciones anteriormente efectuadas:

<sup>10</sup> Ver anexo 8



Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 6.** Gráfica de la serie diferenciada.

### **Diagnóstico de los Residuales:**

En este proceso se analiza los residuales como elemento fundamental para evidenciar su ajuste, si es ruido blanco el proceso, la incorrelación y la normalidad de los residuos. A partir de estos resultados los residuales son estables, homoscedasticos y normales para proceder la proyección dinámica del rubro inversión.<sup>11</sup>

---

<sup>11</sup> Ver anexo 9

**Cuadro 2.** Pruebas para diagnóstico de los residuales.

DIAGNOSTICO DE LOS RESIDUALES		
PRUEBAS	ESTADISTICO	P - VALUE
Test Ljung - Box	5.61	0.9344
Test Durbin - Watson	1.89	0.3442
Test de Shapiro - Wilk	0.97	0.402
Test Jarque - Bera	0.95	0.6207

Fuente: Elaboración propia

## 8. Resultados

**Proyección:** A partir de la selección del PGD ARIMA (1,1,0), es procedente realizar las predicciones del Rubro de inversión de los años 2014 – 2017<sup>12</sup>.

**Cuadro 3.** Proyecciones de la variable gastos de inversión.

Periodo	DLINV
2014	-0.10456673
2015	0.096220779
2016	0.002554769
2017	0.0462249327

Fuente: Elaboración propia

Refleja la predicción de las diferencias del proceso elegido, aunque no es lo real ya que de esta forma se analizaría las tasas de crecimiento del rubro de gastos de inversión, por lo tanto se debe devolver el proceso y observar en niveles las predicciones.

Para llegar a los niveles de la serie se efectúa lo siguiente:

$$(\Delta LINV_t) = LINV_t - LINV_{t-1}$$

$$LINV_t = (0.0324 - 0.4665 \Delta LINV_{t-1}) + LINV_{t-1}$$

<sup>12</sup> Ver anexo 10

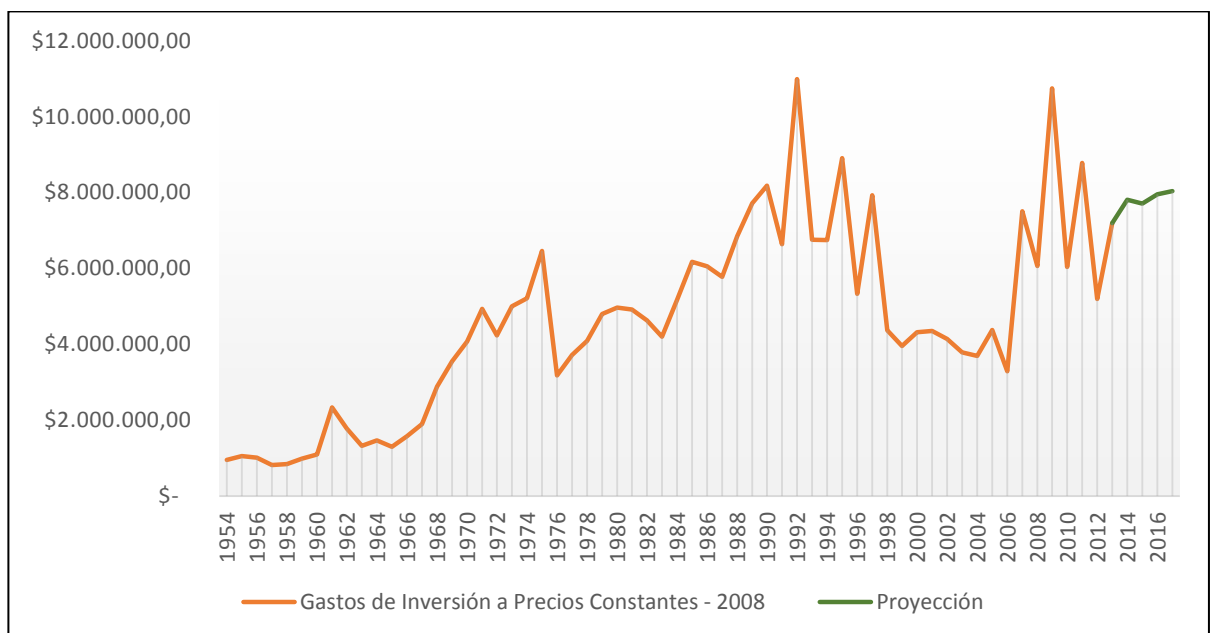
Posterior al reemplazo de las diferencias se estimó el logaritmo proyectado, el cual finaliza aplicando el exponencial para hallar el nivel del rubro de gastos de inversión pública.

$$INV_t = \exp^{LINV_t}$$

**Cuadro 4.** Valores de predicción por niveles.

Periodo	DLINV	Niveles
2014	15,87025517	\$ 7.804.844,34
2015	15,85776817	\$ 7.707.991,26
2016	15,88897637	\$ 7.952.336,75
2017	15,89981244	\$ 8.038.977,40

Fuente: Elaboración propia



Fuente: Elaboración propia

**Gráfico 7.** Gráfica de la Predicción.

La metodología Box Jenkins, evidencia ser una herramienta efectiva para la descripción, estimación y proyección de parámetros, que dan cuenta de fenómenos o aspectos significativos en las series de tiempo económicas, en este caso, permitió identificar orientaciones presupuestales concretas hacia intereses políticos y gubernamentales definidos en los planes de desarrollo.

Respecto a la proyección efectuada para los años 2014 – 2017, se observa la austeridad en el gasto público que el gobierno colombiano está llevando a cabo para la vigencia 2015, cuyo resultado fue el Plan de Austeridad del Gasto propuesto por el actual presidente Juan Manuel Santos Calderón (Presidencia de la República, 2014), determinando que, a pesar de la estabilidad interna, el país iba a ser impactado por las condiciones económicas externas. La directiva presidencial N° 06 contiene las instrucciones impartidas a los ministros de despachos, directores de departamentos administrativos, superintendentes, directores, gerentes y en general a todos los servidores públicos, para que se lleven a cabo las medidas necesarias que le permitan al Gobierno Nacional Central ahorrar en sus gastos.

Conforme a la proyección efectuada para aplicar todas las etapas de la metodología Box – Jenkins, se verificaron estadísticamente las predicciones estimadas, efectuando el siguiente procedimiento:

- ✓ No se tuvo en cuenta el año 2013 de la serie original Rubro Gastos de inversión
- ✓ Se procedió a validar la serie con las 59 observaciones del rubro mencionado con la metodología Box – Jenkins, con el fin de estimar cuál es el proceso generador de datos más acorde a esta serie recortada, replicando el ejercicio anteriormente evidenciado a partir de la estimación del PGD en el presente trabajo (ver anexo 11), el proceso de parametrización y evidencia de resultados reflejó que se comporta como un ARIMA (1,1,0).<sup>13</sup>
- ✓ A partir de las estimaciones y de los resultados revelados en el anexo 11, la proyección obtenida para la vigencia 2013, contrastando con el valor real, se evidencia de la siguiente manera:

---

<sup>13</sup> Ver anexo 11

Periodo	DLINV	DLPINV	Valor Proyectado	Valor Real
2013	-0.13394586	15.3611768	\$ 4,691,095.76	\$ 7,196,280.03
Variación Absoluta			\$ 2,505,184.27	
Variación Relativa			53%	

Se puede evidenciar de forma preliminar la sensibilidad de la proyección con el proceso generador de datos estimado ARIMA (1,1,0), extrayendo un valor para la vigencia 2013, se contrasta con la realidad de una variación del 53%.

- ✓ Para finalizar, se aplicó un intervalo de confianza del 95% para observar la tolerancia de la estimación conforme al promedio y desviación estándar de la serie del rubro Gastos de Inversión:

$$IC = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Promedio Rubro de Inversión	Desviación Estándar	Estandarización	Muestra
\$ 4,605,070.99	\$ 2,476,465.42	1.96	60
Proyección	Límite Inferior	Límite Superior	
\$ 4,691,095.76	\$ 3,978,438.79	\$ 5,231,703.20	

De los distintos intervalos numéricos contruidos a partir de un muestreo, al 95% de significancia el intervalo construido es estadísticamente significativo, conforme a la proyección obtenida para la vigencia 2013. De igual forma se puede inferir que el modelo estimado presenta sensibilidad en sus estimaciones correspondiente a los cambios de recorte de datos a la serie original.

## Conclusiones

- La aplicación de herramientas cuantitativas y descriptivas como lo es la metodología de Box Jenkins, permitió analizar de forma acertada los cambios estructurales significativos que ha presentado la serie de Gastos de Inversión en la periodicidad establecida y su relación con los lineamientos de política de los Planes Nacionales de Desarrollo, por lo tanto los elementos estadísticos otorgan atributos para detectar comportamientos específicos que ha sufrido la política económica en el Estado colombiano.
- El resultado del análisis de la serie estudiada denota un aumento en los gastos de inversión pública para el Gobierno Central periodo comprendido entre el 2006 y 2008, esta situación se explica en el marco del Plan de Desarrollo - Estado Comunitario: desarrollo para todos (2006-2010), del gobierno de Álvaro Uribe Vélez, el cual presenta como eje principal la Seguridad Democrática, ejecutando la mayor parte del presupuesto de inversión en temas de pobreza y equidad, de manera que es importante que se evalúe el impacto de las políticas implementadas, con el fin de redirigir esfuerzos en sectores relevantes para el desarrollo social.
- De acuerdo con la serie analizada la recesión del periodo 2008 - 2009, no generó efectos negativos en el rubro Gastos de inversión pública en lo que concierne al Gobierno Central, no obstante si repercutió en alguno sectores productivos afectando negativamente algunas variables macroeconómicas, lo cual ocasionó que el Gobierno debiera apoyar los sectores afectados, por tal razón el Estado colombiano debería incentivar programas estratégicos que apalanquen el PIB estimulando el crecimiento de la economía.
- El pronóstico efectuado para el año 2015 evidencia un descenso en el rubro Gastos de Inversión Pública para el Gobierno Central, que se explica como una medida en la austeridad del Gasto Público buscando generar mayor eficiencia en la ejecución presupuestal y afrontar el déficit fiscal, no obstante el Estado colombiano debe implementar otras medidas que posibiliten el crecimiento económico y la eficiencia en el Gasto Público.



## **9. Recomendaciones**

La aplicación del análisis descriptivo y predictor que se desarrolló en este documento, se puede extender en aspectos específicos, analizando los sectores de la economía, complementando el análisis con los hechos estilizados, contrastando con las políticas implementadas y en ejecución, con el fin de comprender cómo el Estado colombiano está siendo efectivo en el planteamiento de medidas que permitan activar la economía o generar planes de ahorro o blindaje ante choques externos que afectan la economía colombiana. Por lo tanto la metodología Box – Jenkins, al estandarizar su aplicación puede erigirse como el método por excelencia para describir series de tiempo contrastando las políticas públicas económicas y sociales.

## 10. Referencias

Guerrero, V. (2003). "Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas". Editorial Thomson, Segunda Edición.

Lora, E. (1987). Técnicas de medición económica: metodología y aplicaciones en Colombia. Fedesarrollo.

## 11. Bibliografía

Ayala Oramas, U. (10 de Mayo de 2001). Análisis de la presupuestación de la inversión de la Nación. Bogotá D.C., Bogotá D.C., Colombia: Departamento Nacional de Planeación - Dirección de Estudios Económicos .

Barrero Nieto, L. H., Cerón Rincón, L. A., & Fernandez Medina, A. M. (2010). Metodologías para la investigación en políticas públicas. En A.-N. Roth Deubel, *Enfoques para el Análisis de Políticas Públicas* (pág. 372). Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Boisier, S. (2003). ¿Y si el desarrollo fuese una emergencia sistémica? *Reforma y Democracia* , 1.

Cárdenas, M. (2009). *Introducción a la Economía Colombiana* (Segunda Edición ed.). Bogotá D.C.: Alfaomega Colombiana S.A.

Colombia, P. d. (20 de Diciembre de 2014). *presidencia.gov.co*. Obtenido de <http://wp.presidencia.gov.co/sitios/normativa/directivas/Documents/DIRECTIVA%20PRESIDENCIAL%20N%C2%B0%2006%20DEL%2002%20DE%20DICIEMBRE%20DE%202014.pdf>

Departamento Nacional de Planeación. (Febrero de 2015). *Departamento Nacional de Planeación*. Obtenido de Departamento Nacional de Planeación: [https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Inversiones%20y%20finanzas%20pblicas/Antecedentes\\_Bpin.pdf](https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Inversiones%20y%20finanzas%20pblicas/Antecedentes_Bpin.pdf)

Departamento Nacional de Planeación; Escuela Superior de Administración Pública;. (2007). *El proceso de planificación en las entidades territoriales: el plan de desarrollo y sus instrumentos para la gestión 2008 - 2011*. Bogotá D.C.: Imprenta Nacional de Colombia.

Gujarati, D. (2009). *Basic econometrics*. Boston: McGraw Hill.

Iregui, A. M., Melo, L., & Ramos, J. (Agosto de 2006). *Banco de la República, Banco Central de Colombia*. Obtenido de Banco de la República, Banco Central de Colombia: <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra405.pdf>

Keynes, J. M. (1986). *Teoría General de la ocupación, el interés y el dinero* (Reimpresa ed.). México: Fondo de Cultura Económica.

Mendoza Hernández, J. F. (2007). *Gestión financiera pública*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.

Presidencia de la República;. (20 de 12 de 2014). *Presidencia de la República*. Recuperado el 19 de 05 de 2015, de <http://wp.presidencia.gov.co/sitios/normativa/directivas/Documents/DIRECTIVA%20PRESIDENCIAL%20N%C2%B0%2006%20DEL%2002%20DE%20DICIEMBRE%20DE%202014.pdf>

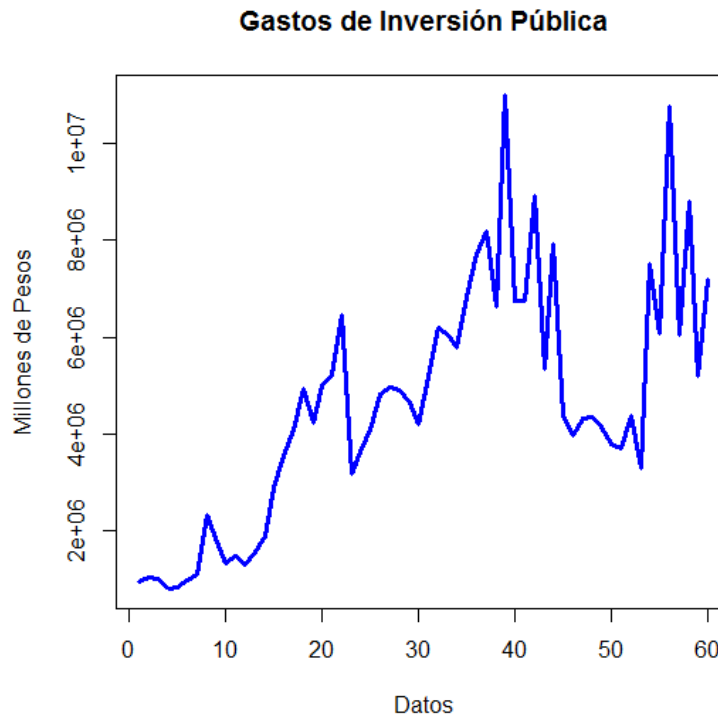
Ramírez Cardona, A. (1998). *Hacienda Pública*. Bogotá: Temis.

Universidad Nacional de Colombia. (17 de 05 de 2013). *UNAL virtual*. Recuperado el 20 de 02 de 2015, de curso Planeación y Gestión Pública: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/economicas/2006842/pdfplaneacion/CAPITULO%20II/La%20planeacion%20en%20Colombia.pdf>

## 11. Anexos

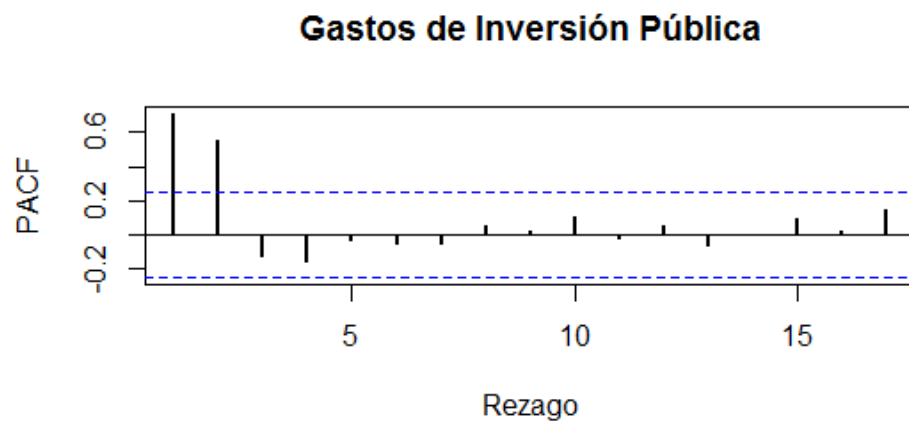
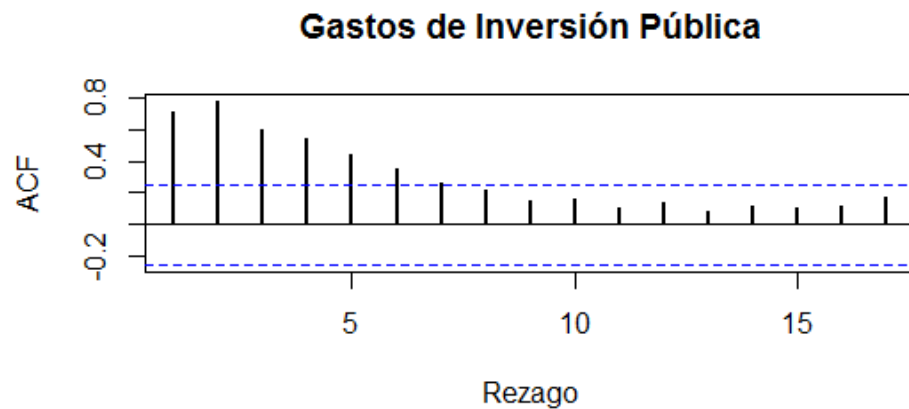
### ANEXO 1. Gráfico Descriptivo

```
> plot.ts(sinv,main="Gastos de Inversión Pública",xlab="Datos",ylab="Millones de Pesos",lwd=3,type="line",col="blue")
```



### ANEXO 2. Gráficos de ACF y PACF.

```
> par(mfrow=c(2,1))  
> acf(sinv,lwd=2,main="Gastos de Inversión Pública",xlab="Rezago", ylab="ACF")  
> pacf(sinv,lwd=2,main="Gastos de Inversión Pública",xlab="Rezago",  
ylab="PACF")
```



### ANEXO 3. Estabilidad Estructural.

Código:

```
> fluc_emp<-efp(sinv[,1]~1)
> plot(fluc_emp, alpha = 0.01, alt.boundary = TRUE,main="Prueba CUSUM -
Estabilidad Estructural",ylab="Fluctuación empírica del
proceso",xlab="Tiempo",lwd=2)
> sctest(fluc_emp, type = "Nyblom-Hansen")
```

Resultado:

Recursive CUSUM test

data: fluc\_emp

`s = 2.5702, p-value = 6.673e-12`

### Puntos de Quiebre:

Código:

```
> windows()
> plot(sinv[,1],type="b",main="",lwd=2)
> points(b.p,sinv[,1][b.p],pch=20,col=2)
> abline(v=b.p[1],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[2],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[3],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[4],lty=2,lwd=2,col=3)
> cam.est<- breakpoints(sinv[,1] ~ 1,breaks=5)
> summary(cam.est)
```

Optimal (m+1)-segment partition:

Call:

```
breakpoints.formula(formula = sinv[, 1] ~ 1, breaks = 5)
```

Breakpoints at observation number:

```
m = 1  16
m = 2  15  31
m = 3  15  34 44
m = 4  15  31 42 51
m = 5  15 24 33 42 51
```

Corresponding to breakdates:

```
m = 1  0.266666666666667
m = 2  0.25              0.516666666666667
m = 3  0.25              0.566666666666667 0.733333333333333
m = 4  0.25              0.516666666666667 0.7          0.85
m = 5  0.25              0.4 0.55              0.7          0.85
```

Fit:

```
m  0      1      2      3      4
RSS 3.625353e+14 1.596402e+14 1.302300e+14 1.076376e+14 9.320049e+13
BIC 1.944249e+03 1.903226e+03 1.899197e+03 1.895954e+03 1.895502e+03
```

```

m 5
RSS 9.255189e+13
BIC 1.903272e+03
>
> (b.p=cam.est[["breakpoints"]])
[1] 15 31 42 51
>
> windows()
> plot(sinv[,1],type="b",main="",lwd=2)
> points(b.p,sinv[,1][b.p],pch=20,col=2)
> abline(v=b.p[1],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[2],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[3],lty=2,lwd=2,col=3)
> abline(v=b.p[4],lty=2,lwd=2,col=3)

```

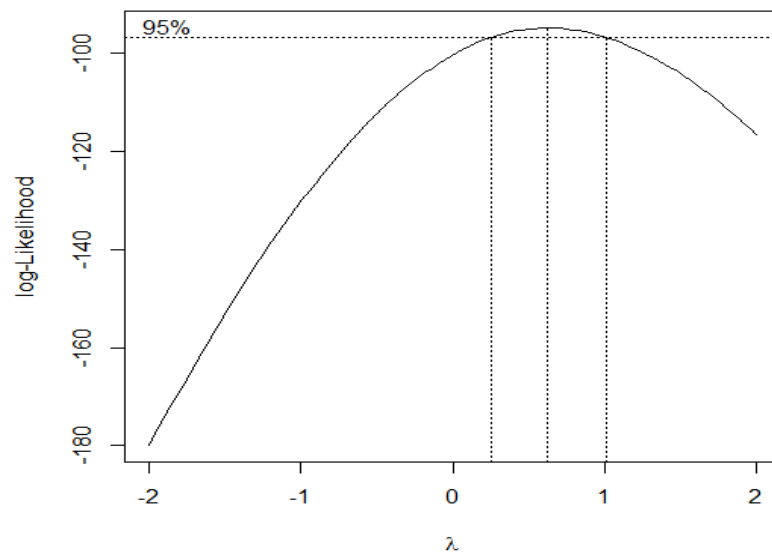
#### **ANEXO 4. Transformación de Box – Cox.**

Código:

```

> powerTransform(sinv[,1]~1)
Estimated transformation parameters
Y1
0.628435
> windows()
> boxcox(sinv[,1]~1,lambda = seq(-2, 2, length = 40))

```



## ANEXO 5. Pruebas de Raíces Unitarias.

ADF:

```
> (maxlag=round(length(tsinv)^(1/3), 0))
[1] 1
> prueba.ru2=ur.df(tsinv[,1], type = c("trend"), lags=maxlag,
selectlags = c("BIC"))
> summary(prueba.ru2)
```

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####
```

Test regression trend

Call:

```
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.57131	-0.18226	-0.01386	0.15391	0.62721

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.141084	1.196973	1.789	0.07927 .
z.lag.1	-0.142666	0.084084	-1.697	0.09551 .
tt	0.002213	0.003345	0.662	0.51107



```

z.diff.lag -0.414323  0.125037 -3.314  0.00165 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

```

Residual standard error: 0.268 on 54 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2743,    Adjusted R-squared:  0.234
F-statistic: 6.805 on 3 and 54 DF,  p-value: 0.0005651

```

value of test-statistic is: -1.6967 1.905 1.9735

Critical values for test statistics:

	1pct	5pct	10pct
tau3	-4.04	-3.45	-3.15
phi2	6.50	4.88	4.16
phi3	8.73	6.49	5.47

PP:

Test regression with intercept and trend

```

Call:
lm(formula = y ~ y.l1 + trend)

```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.56769	-0.19547	0.01287	0.19789	0.62471

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	3.578722	1.274913	2.807	0.00687	**
y.l1	0.765693	0.084258	9.087	1.3e-12	***
trend	0.005890	0.003404	1.731	0.08903	.

```

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

```

Residual standard error: 0.289 on 56 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8228,    Adjusted R-squared:  0.8164
F-statistic: 130 on 2 and 56 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

value of test-statistic, type: Z-tau is: -2.7463

	aux. Z statistics
Z-tau-mu	2.9349
Z-tau-beta	1.6449

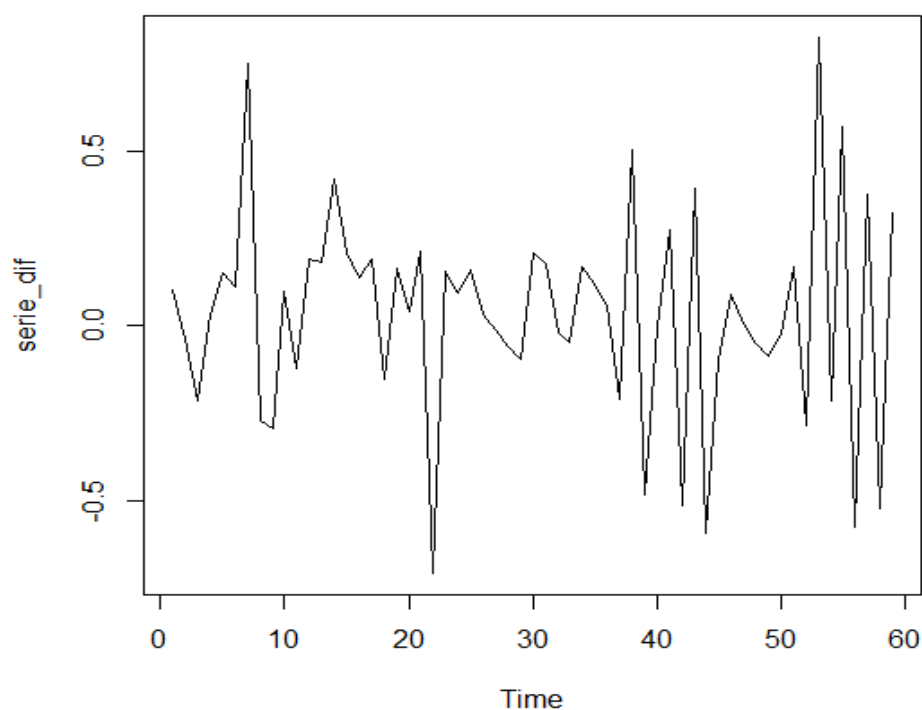
Critical values for Z statistics:

	1pct	5pct	10pct
critical values	-4.119005	-3.48618	-3.171061

### Serie Diferenciada:

Código:

```
> serie_dif<-diff(tsinv[,1])
> windows()
> ts.plot(serie_dif)
```



### SERIE DIFERENCIADA ACF Y PP:

```
> (maxlag=round(length(serie_dif)^(1/3), 0))
[1] 4
> prueba.ru2=ur.df(serie_dif, type = c("trend"), lags=maxlag,
selectlags = c("BIC"))
> summary(prueba.ru2)
```

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####
```

Test regression trend

```

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.69472 -0.17046  0.03825  0.13451  0.69418

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.146530   0.089412   1.639   0.108
z.lag.1     -1.345874   0.245769  -5.476 1.41e-06 ***
tt          -0.003149   0.002488  -1.266   0.211
z.diff.lag  -0.110166   0.144356  -0.763   0.449
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2776 on 50 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7511,    Adjusted R-squared:  0.7361
F-statistic: 50.29 on 3 and 50 DF,  p-value: 3.982e-15

```

value of test-statistic is: -5.4762 10.0025 14.995

```

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3  -4.04 -3.45 -3.15
phi2   6.50  4.88  4.16
phi3   8.73  6.49  5.47

```

```

> pperron1<-ur.pp(serie_dif,type ="Z-tau", model
="trend",lags = "long", use.lag = NULL)
> summary(pperron1)

```

```

#####
# Phillips-Perron Unit Root Test #
#####

```

Test regression with intercept and trend

```

Call:
lm(formula = y ~ y.l1 + trend)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.66908 -0.17304  0.03257  0.15247  0.70841

Coefficients:

```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.048489	0.035988	1.347	0.183394
y.l1	-0.486951	0.119471	-4.076	0.000149 ***
trend	-0.002185	0.002150	-1.016	0.313950

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2726 on 55 degrees of freedom  
Multiple R-squared: 0.2357, Adjusted R-squared: 0.2079  
F-statistic: 8.479 on 2 and 55 DF, p-value: 0.000617

value of test-statistic, type: Z-tau is: -13.8165

	aux. Z statistics
Z-tau-mu	1.7801
Z-tau-beta	-1.1487

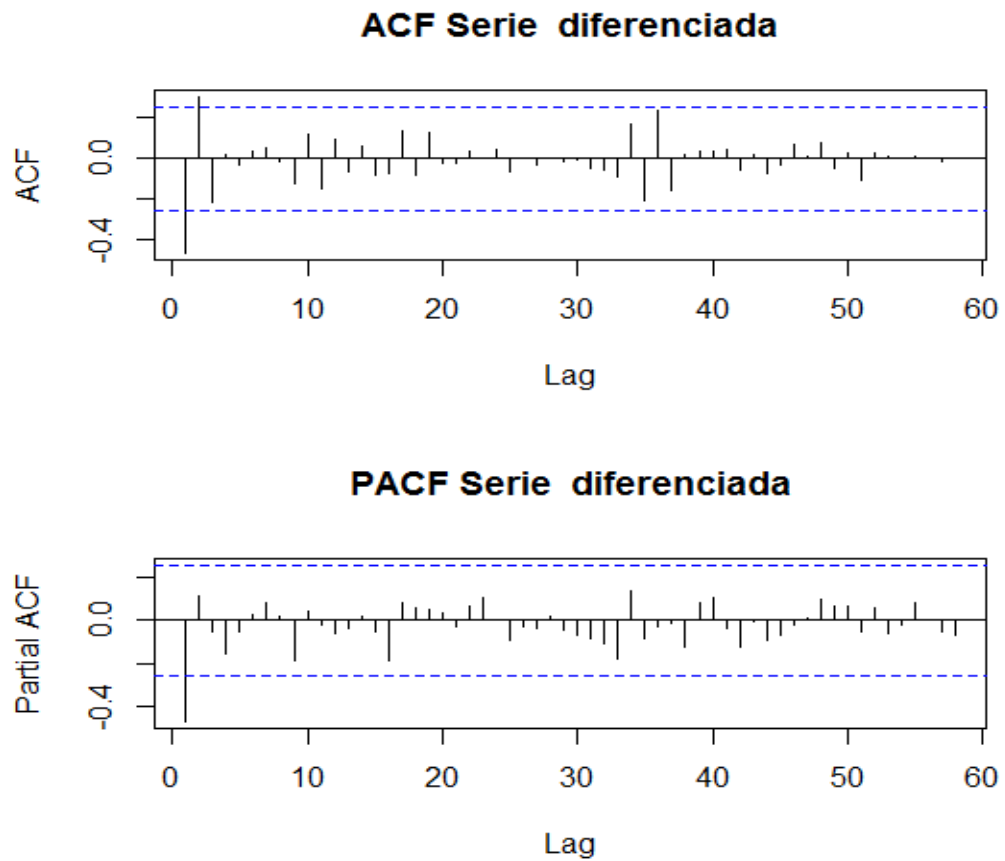
Critical values for Z statistics:

	1pct	5pct	10pct
critical values	-4.12192	-3.487538	-3.171843

### Gráfica ACF y PACF de la serie diferenciada:

Código:

```
> windows()
> par(mfrow=c(2,1))
> acf(serie_dif, lag.max=100,main="ACF Serie diferenciada")
> pacf(serie_dif, lag.max=100,main="PACF Serie diferenciada")
```



#### ANEXO 6. Posibles modelos.

```
> eacf(serie_dif, ar.max = 10, ma.max = 10)
```

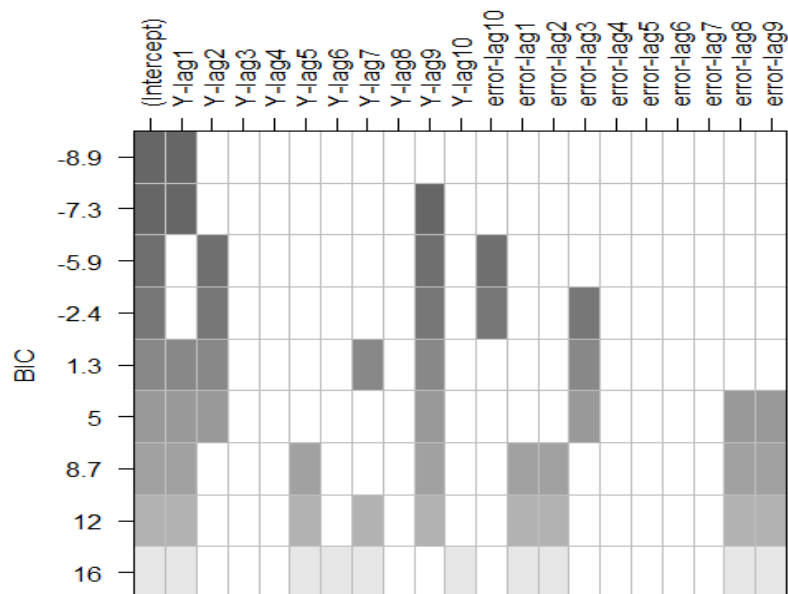
```
AR/MA
  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0 x x 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 x 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2 x 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
3 x x 0 0 0 0 0 0 0 0 0
4 x x x 0 0 0 0 0 0 0 0
5 x 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6 x 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
7 x 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
9 0 0 0 0 0 0 x 0 0 0 0
10 x 0 0 0 0 0 0 x 0 0 0 0
```

```
> arma<-armasubsets(serie_dif,nar=10,nma=10)
Reordering variables and trying again:
```

```

Mensajes de aviso perdidos
In leaps.setup(x, y, wt = wt, nbest = nbest, nvmax = nvmax,
force.in = force.in, :
  9 linear dependencies found
> plot(arma)

```



```

> auto.arima(serie_dif,max.p=5,max.q=5)
Series: serie_dif
ARIMA(1,0,0) with zero mean

```

```

Coefficients:
      ar1
      -0.4521
s.e.      0.1158

```

```

sigma^2 estimated as 0.07286:  log likelihood=-6.56
AIC=17.13  AICc=17.34  BIC=21.28

```

## ANEXO 7. Ajuste del modelo y Verificación

Código:

```

> ajuste<-arima(serie_dif,order=c(1,0,0))
> summary(ajuste)

```

Series: x  
 ARIMA(1,0,0) with non-zero mean

Coefficients:

	ar1	intercept
	-0.4665	0.0324
s.e.	0.1144	0.0237

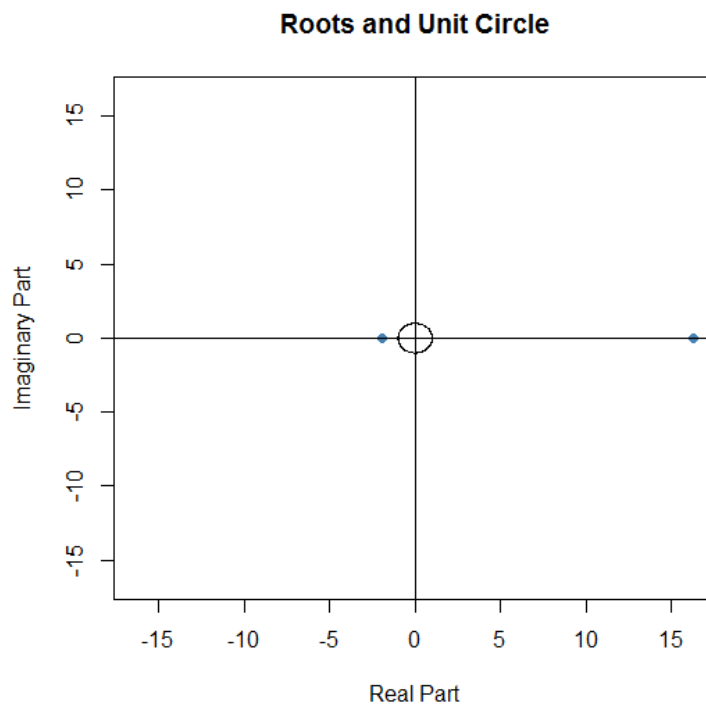
sigma^2 estimated as 0.07063: log likelihood=-5.66  
 AIC=15.31 AICc=15.75 BIC=21.55

Training set error measures:

	MAPE	MASE	ME	RMSE	MAE	MPE
Training set	38.30569	2.532934	0.0004188661	0.2657643	0.2046815	17.94851

ACF1  
 Training set 0.07999767  
 > coefi\_mod=c(coef(ajuste))  
 > windows()  
 > armaRoots(coefi\_mod)

	re	im	dist
1	-1.8947	0	1.8947
2	16.3149	0	16.3149



## ANEXO 8. ESTABILIDAD ESTRUCTURAL SERIE TRANSFORMADA

Código:

```
> #Residuales del modelo ARIMA(1,1,0) ajustado
> residual_mod<-residuals(ajuste)
> fluc_emp<- efp(residual_mod ~ 1)
> windows()
> plot(fluc_emp, alpha = 0.01, alt.boundary = TRUE)
> sctest(fluc_emp, type = "Nyblom-Hansen")
```

Recursive CUSUM test

```
data: fluc_emp
S = 0.3683, p-value = 0.898
```

### Identificación de posibles cambios estructurales:

Código:

```
> cam.est<- breakpoints(residual_mod ~ 1,breaks=5)
> summary(cam.est)
```

Optimal (m+1)-segment partition:

Call:

```
breakpoints.formula(formula = residual_mod ~ 1, breaks = 5)
```

Breakpoints at observation number:

m = 1	21				
m = 2		38	50		
m = 3	21	38	50		
m = 4	12	21	38	50	
m = 5	12	21	29	38	50

Corresponding to breakdates:

m = 1	21				
m = 2		38	50		
m = 3	21	38	50		
m = 4	12	21	38	50	
m = 5	12	21	29	38	50



Fit:

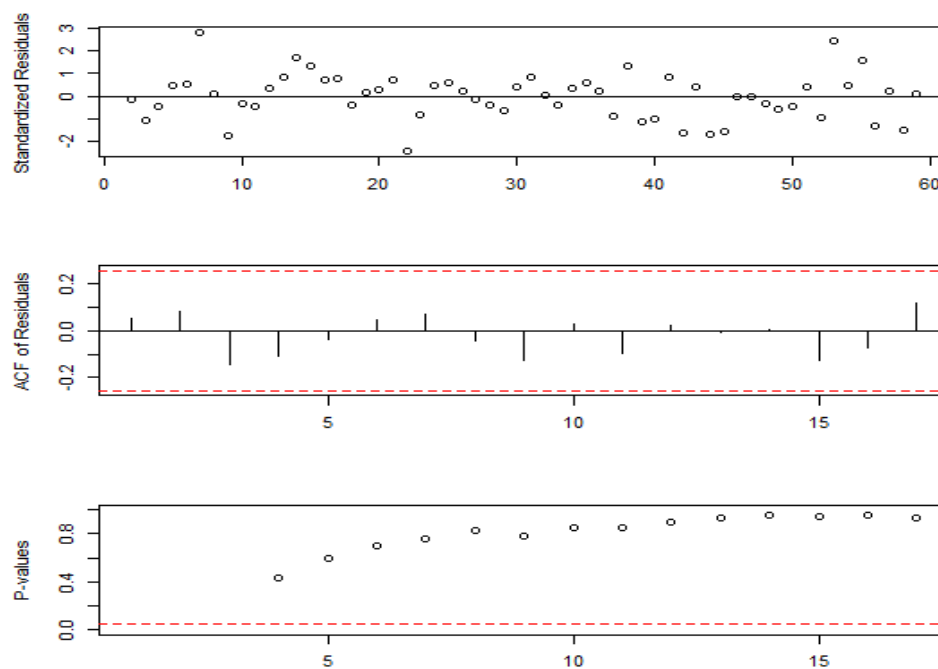
m	0	1	2	3	4	5
RSS	4.167200	3.950516	3.779452	3.700777	3.545308	3.398590
BIC	19.222522	24.227109	29.770422	36.684361	42.307281	47.968758

```
> cam.est[["breakpoints"]]  
[1] NA
```

### ANEXO 9. Validación Supuestos del Modelo:

Código:

```
> windows()  
> tsdiag(ajuste)
```



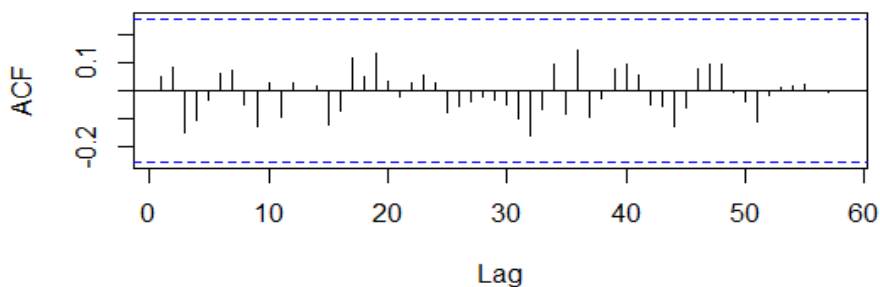
```
> res_est=(residual_mod-mean(residual_mod))/sd(residual_mod)
```

**Verificar si los residuales son ruido blanco:**

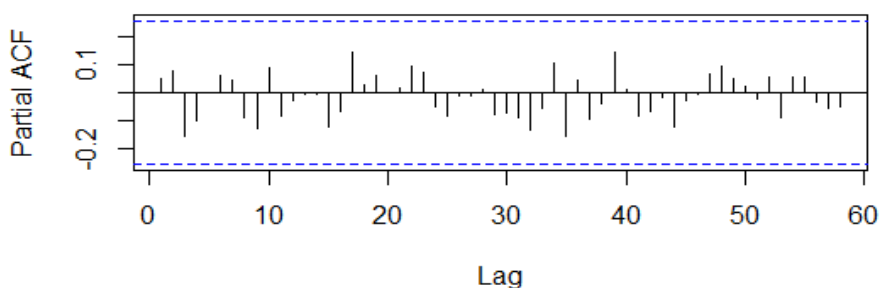
```
> windows()  
> par(mfrow=c(2,1))
```

```
> acf(res_est, lag.max=250,main="ACF - Serie de residuales
estandarizados del modelo ajustado" )
> pacf(res_est, lag.max=250,main="PACF - Serie de residuales
estandarizados del modelo ajustado" )
```

### ACF - Serie de residuales estandarizados del modelo ajustado



### PACF - Serie de residuales estandarizados del modelo ajustado



### Pruebas de In correlación Residuales:

```
> # Prueba de Ljung-Box
>
> Box.test(res_est, lag = 12, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

```
data: res_est
X-squared = 5.6121, df = 12, p-value = 0.9344
```

```
>
> # Prueba de Durbin - Watson
>
> dwtest(res_est~1,iterations=6)
```

### Durbin-Watson test

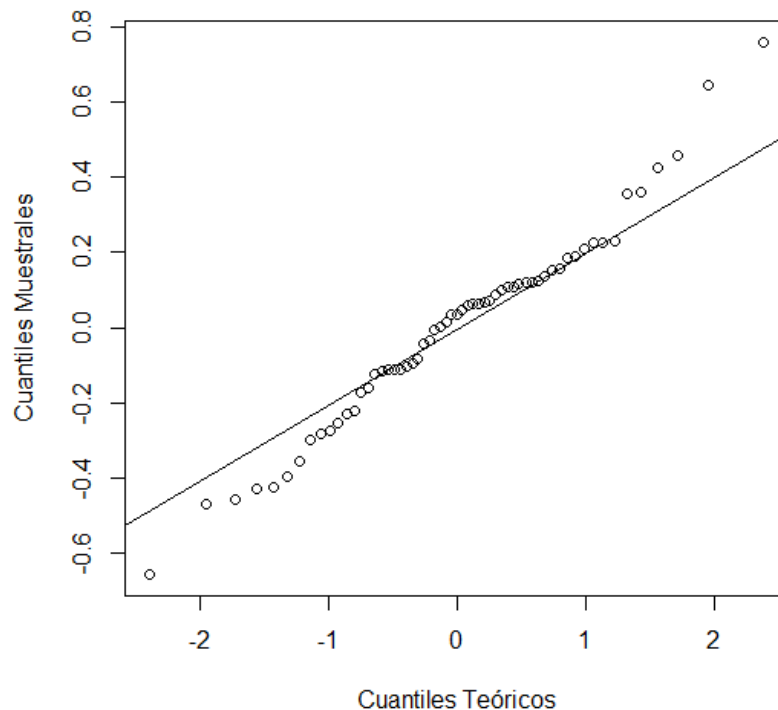
```
data: res_est ~ 1  
DW = 1.8959, p-value = 0.3442  
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than  
0
```

### Pruebas de normalidad de residuales:

#### Gráfico cuantil-cuantil:

```
> windows()  
> qqnorm(residual_mod,xlab = "Cuantiles Teóricos", ylab =  
"Cuantiles Muestrales", main="Normal Q-Q plot - Residuales  
estandarizados Modelo ajustado")  
> qqline(residual_mod)
```

**Normal Q-Q plot - Residuales estandarizados Modelo ajustado**



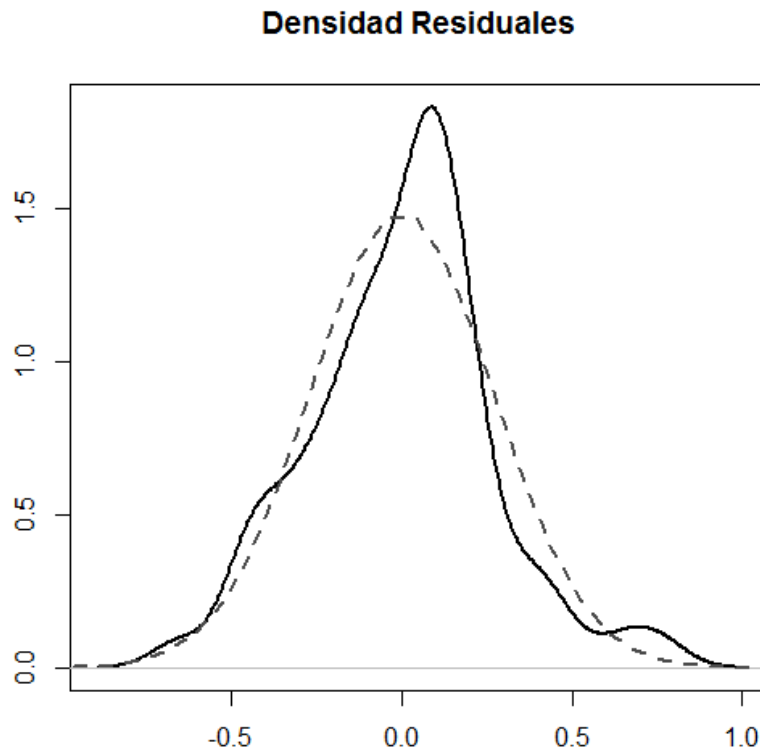
#### Gráfico densidad normal:

```
> mu<-mean(residual_mod)  
> sigm<-sd(residual_mod)  
> x<-seq(-4,4,length=100)  
> y<-dnorm(x,mu,sigm)
```

```

>
> windows()
> plot(density(residual_mod),main="Densidad
Residuales",xlab="",ylab="",lwd=2)
> lines(x,y,lwd=2,col=gray.colors(1,start=0.3),lty=2)
> leyenda<-c("Densidad Residuales","Densidad Normal
Estándar")
> legend(-3.8, 0.3,
leyenda,col=c(1,gray.colors(1,start=0.3)),lty=c(1,2),lwd=3,bt
y="n")

```



#### Prueba de normalidad:

```
> shapiro.test(residual_mod)
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: residual_mod
W = 0.9791, p-value = 0.402
```

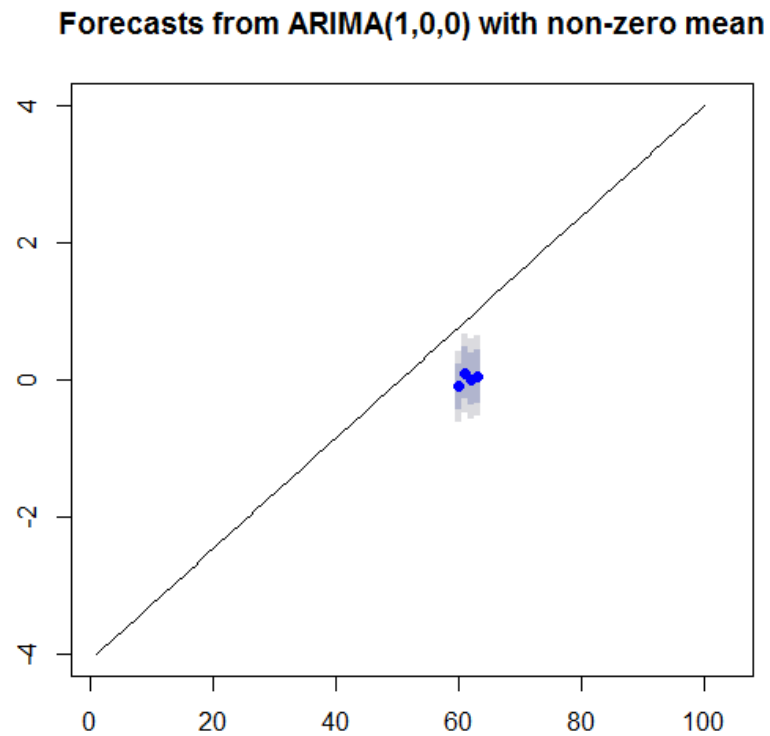
```
> jarqueberaTest(residual_mod)
```

Title:  
Jarque - Bera Normality Test

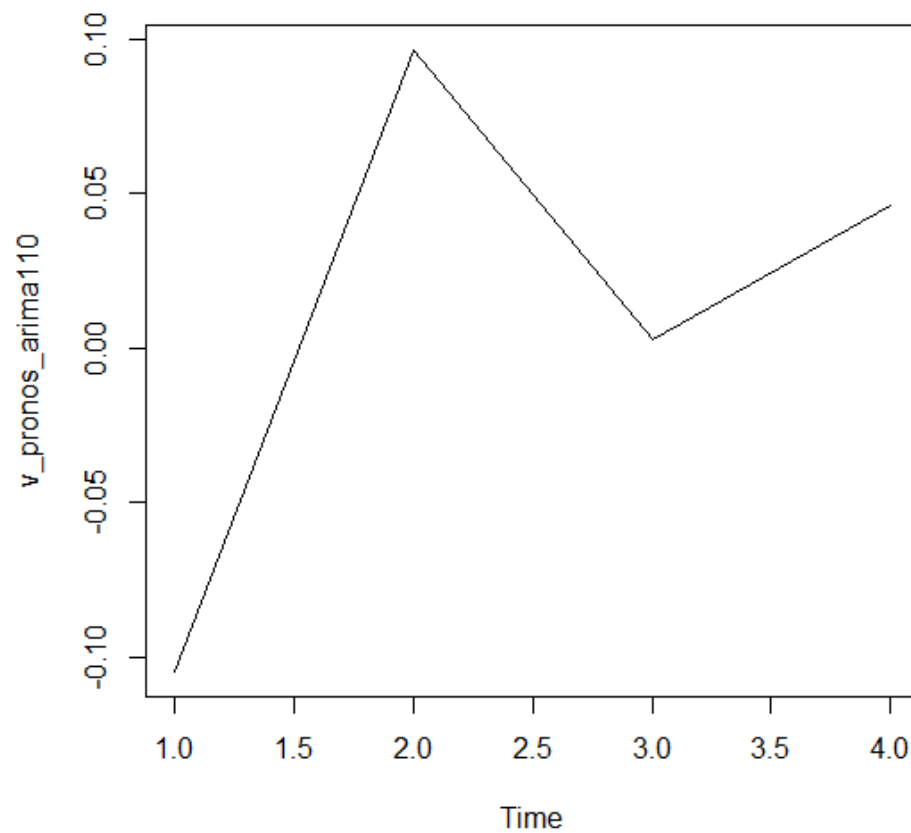
Test Results:  
STATISTIC:  
X-squared: 0.9538  
P VALUE:  
Asymptotic p value: 0.6207

### ANEXO 10: Proyección

```
> pronos_arima110<-forecast(ajuste,h=4)
> windows()
> plot(forecast(pronos_arima110,h=4))
```



```
> v_pronos_arima110<-as.numeric(pronos_arima110[["mean"]])
> v_pronos_arima110
[1] -0.104566730  0.096220779  0.002554769  0.046249327
> ts.plot(v_pronos_arima110)
```



#### ANEXO 11. Posibles modelos.

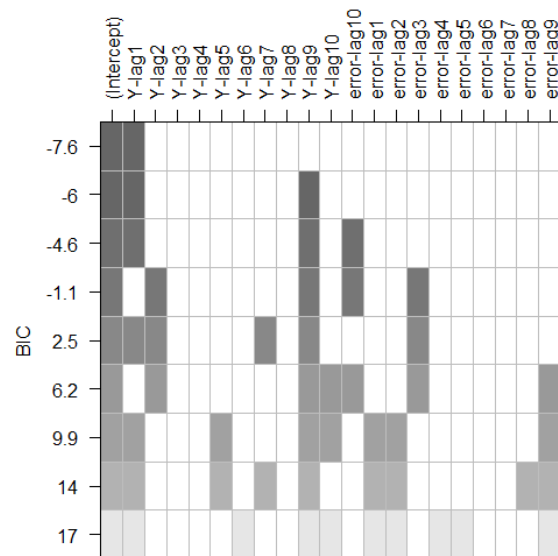
```
> eacf(serie_dif, ar.max = 10, ma.max = 10)
```

```
AR/MA
  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0 x x o o o o o o o o o
1 o o o o o o o o o o o
2 x o o o o o o o o o o
3 x x o o o o o o o o o
4 x x x o o o o o o o o
5 x o o o o o o o o o o
6 x o o o o o o o o o o
7 x o o o o o o o o o o
8 o o o o o o o o o o o
9 o o o o o o o o o o o
10 x o o o o o x o o o o
```

```

> arma<-armasubsets(serie_dif,nar=10,nma=10)
Reordering variables and trying again:
Mensajes de aviso perdidos
In leaps.setup(x, y, wt = wt, nbest = nbest, nvmax = nvmax,
force.in = force.in, :
  9 linear dependencies found
> plot(arma)

```



```

> auto.arima(serie_dif,max.p=5,max.q=5)
Series: serie_dif
ARIMA(1,0,0) with zero mean

```

```

Coefficients:
      ar1
      -0.4430
s.e.      0.1197

```

```

sigma^2 estimated as 0.07399:  log likelihood=-6.9
AIC=17.79  AICC=18.01  BIC=21.91

```

### Ajuste del modelo y Verificación

Código:

```

> ajuste<-arima(serie_dif,order=c(1,0,0))
> summary(ajuste)

```

```

Call:
arima(x = serie_dif, order = c(1, 0, 0))

Coefficients:
          ar1  intercept
      -0.4626    0.0319
s.e.    0.1189    0.0242

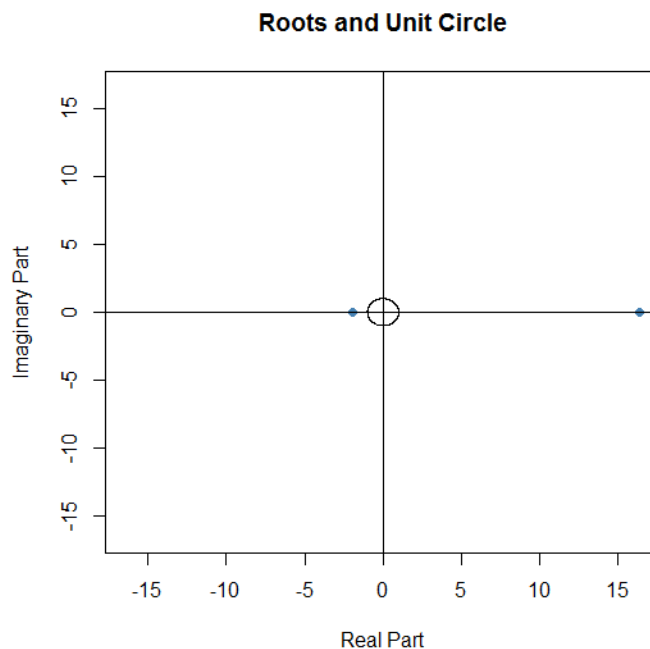
sigma^2 estimated as 0.07183:  log likelihood = -6.05,  aic =
16.1

Training set error measures:
              ME              RMSE              MAE              MPE
MAPE      MASE
Training set 0.0004257426  0.2680169  0.2075646  18.10992
38.86899  2.568612
              ACF1
Training set 0.0814727

> coefi_mod=c(coef(ajuste))
> armaRoots(coefi_mod)
      re im  dist
1 -1.9097  0  1.9097
2 16.3961  0 16.3961

```





## ESTABILIDAD ESTRUCTURAL SERIE TRANSFORMADA

Código:

```
> #Residuales del modelo ARIMA(1,1,0) ajustado
> residual_mod<-residuals(ajuste)
> fluc_emp<- efp(residual_mod ~ 1)
> windows()
> plot(fluc_emp, alpha = 0.01, alt.boundary = TRUE)
> sctest(fluc_emp, type = "Nyblom-Hansen")
```

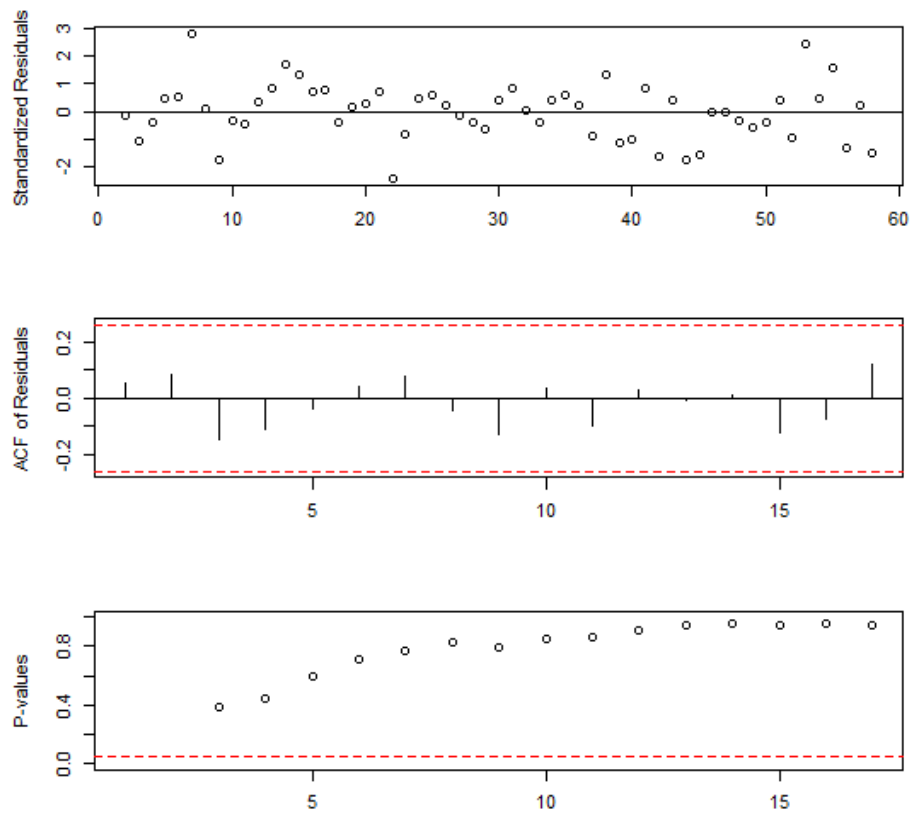
Recursive CUSUM test

data: fluc\_emp  
S = 0.3683, p-value = 0.898

## Validación Supuestos del Modelo:

Código:

```
> windows()
> tsdiag(ajuste)
```

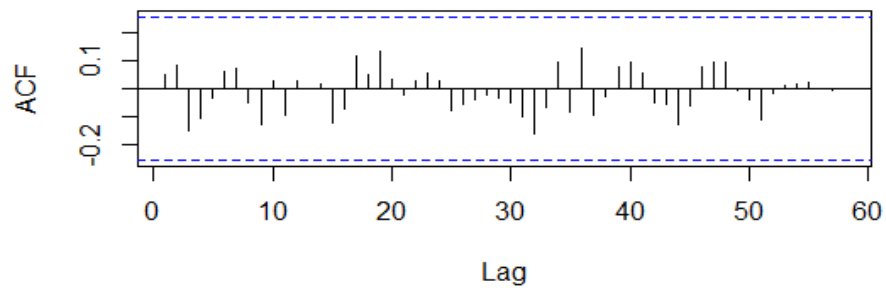


```
> res_est=(residual_mod-mean(residual_mod))/sd(residual_mod)
```

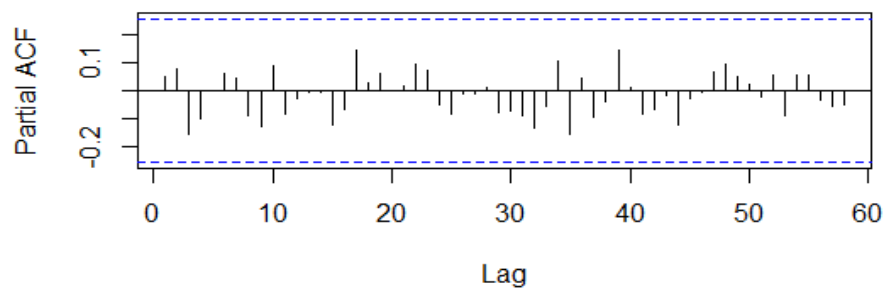
**Verificar si los residuales son ruido blanco:**

```
> windows()
> par(mfrow=c(2,1))
> acf(res_est, lag.max=250,main="ACF - Serie de residuales
estandarizados del modelo ajustado" )
> pacf(res_est, lag.max=250,main="PACF - Serie de residuales
estandarizados del modelo ajustado" )
```

### ACF - Serie de residuales estandarizados del modelo ajustado



### PACF - Serie de residuales estandarizados del modelo ajustado



### Pruebas de In correlación Residuales:

```
> Box.test(res_est, lag = 12, type = "Ljung-Box")
```

Box-Ljung test

data: res\_est

X-squared = 5.5044, df = 12, p-value = 0.939

```
> dwtest(res_est~1,iterations=6)
```

Durbin-Watson test

data: res\_est ~ 1

DW = 1.8599, p-value = 0.2958

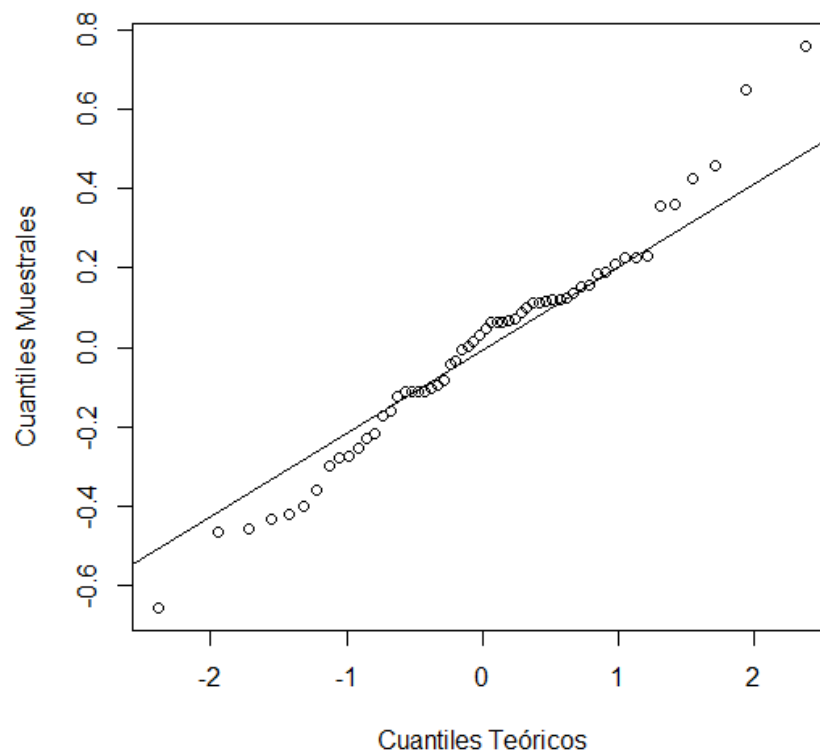
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

## Pruebas de normalidad de residuales:

### Gráfico cuantil-cuantil:

```
> windows()
> qqnorm(residual_mod,xlab = "Cuantiles Teóricos", ylab =
"Cuantiles Muestrales", main="Normal Q-Q plot - Residuales
estandarizados Modelo ajustado")
> qqline(residual_mod)
```

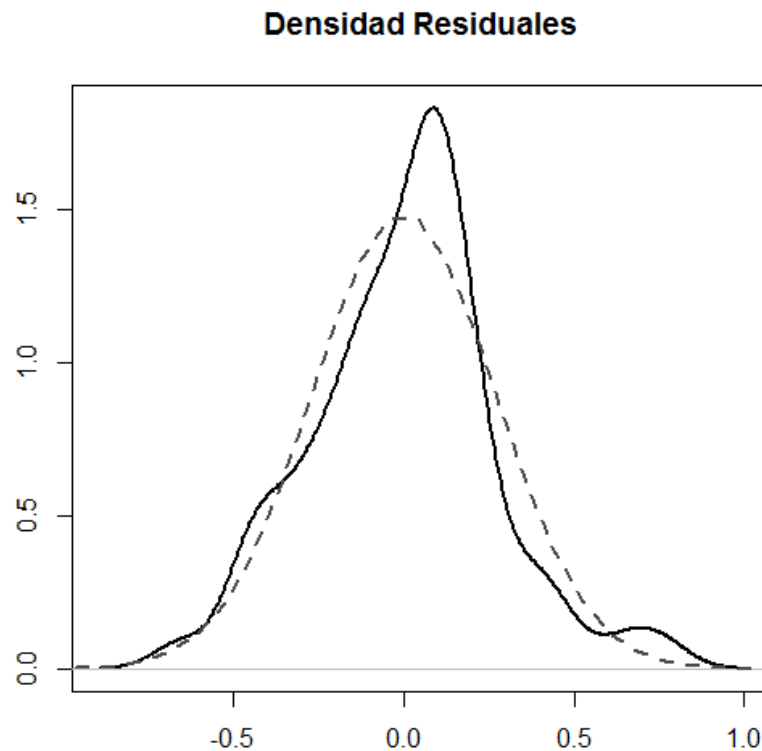
**Normal Q-Q plot - Residuales estandarizados Modelo ajustado**



### Gráfico densidad normal:

```
> mu<-mean(residual_mod)
> sigm<-sd(residual_mod)
> x<-seq(-4,4,length=100)
> y<-dnorm(x,mu,sigm)
>
> windows()
> plot(density(residual_mod),main="Densidad
Residuales",xlab="",ylab="",lwd=2)
> lines(x,y,lwd=2,col=gray.colors(1,start=0.3),lty=2)
```

```
> leyenda<-c("Densidad Residuales","Densidad Normal
Estándar")
> legend(-3.8, 0.3,
leyenda,col=c(1,gray.colors(1,start=0.3)),lty=c(1,2),lwd=3,bt
y="n")
```



#### Prueba de normalidad:

```
> shapiro.test(residual_mod)
```

shapiro-wilk normality test

data: residual\_mod

w = 0.9799, p-value = 0.4472

```
> jarqueberaTest(residual_mod)
```

Title:

Jarque - Bera Normalality Test

Test Results:

STATISTIC:

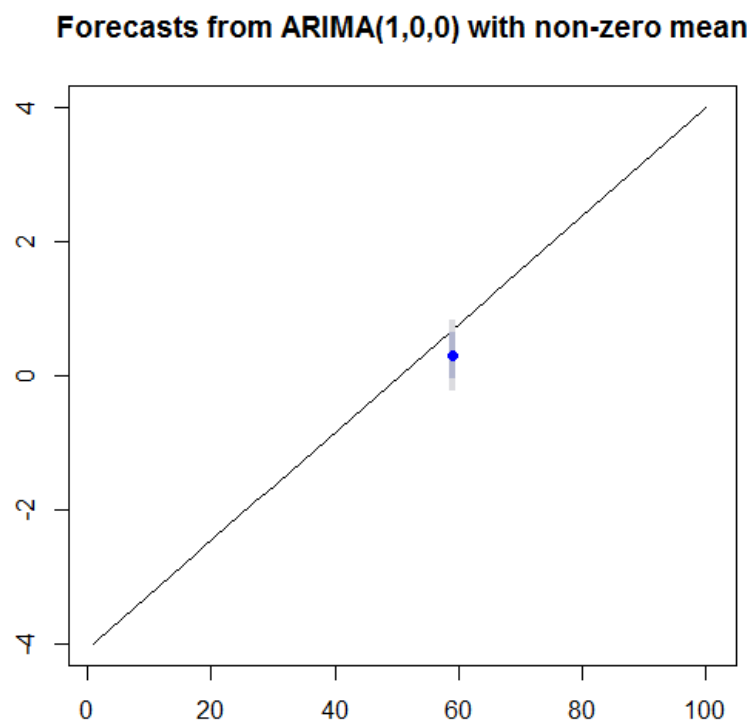
X-squared: 0.8233

P VALUE:

Asymptotic p value: 0.6625

### Proyección

```
> pronos_arima110<-forecast(ajuste,h=1)
> plot(forecast(pronos_arima110,h=1))
```



```
> v_pronos_arima110<-as.numeric(pronos_arima110[["mean"]])
> v_pronos_arima110
[1] 0.2895501
```